

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Revisión de conceptos fundamentales que hacen posible el proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Ecuación Cuadrática en los Estudiantes de Grado Noveno.

Raúl Rodríguez Nomesque
Escuela Ciencias de la Educación, Universidad Abierta y a Distancia UNAD

Notas del autor

Raúl Rodríguez Nomesque, Escuela Ciencias de la educación, Universidad Abierta y a Distancia UNAD. rrodrigueznom@unadvirtual.edu.co

Este trabajo cuenta con la asesoría de la profesora Edith Grande Triviño, de la Escuela Ciencias de la Educación ECEDU de la Universidad Abierta y a Distancia UNAD.

Cualquier inquietud con respecto al trabajo:

rrodrigueznom@unadvirtual.edu.co

Índice

Índice de tablas	5
Índice de Figuras	6
Resumen	7
Abstract.....	8
Introducción.....	9
Justificación.....	11
Definición del Problema.....	14
Pregunta Problema	15
Objetivos	16
Objetivo General	16
Objetivos Específicos	16
Línea de investigación.....	17
Marco referencial.....	18
Antecedentes	18
A nivel internacional	18
A nivel nacional	19
Marco teórico.....	21
La revisión en la educación	21
Conceptos previos.....	21
Conceptos previos para el aprendizaje de la ecuación cuadrática	23
Recorrido histórico de la ecuación cuadrática.....	23

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Ecuación cuadrática o de segundo grado.	26
Ecuación cuadrática incompleta	27
Conceptos básicos para la resolución de ecuaciones cuadráticas por los distintos métodos.....	40
Revisión de los lineamientos curriculares en matemáticas en la búsqueda de los conceptos fundamentales para la solución de ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.....	44
Lineamientos curriculares.....	45
Lineamientos curriculares en matemáticas.....	45
Elementos para la evaluación de logros formativos y cognitivos	52
Estándares curriculares.....	53
Derechos Básicos de aprendizaje DBA.....	60
Aspectos Metodológicos.....	64
Resultados y Hallazgos.....	66
Comparación y análisis de las propuestas curriculares	66
Comparación y análisis para grado quinto.....	66
Comparación y análisis para grado sexto.....	76
Comparación y análisis para grado séptimo	81
Comparación y análisis para grado octavo	85
Comparación y análisis para grado Noveno.....	90
Resultados en las dimensiones principales del trabajo	96
A nivel de la enseñanza de las matemáticas.....	96
A nivel pedagógico	97
Discusión	99

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Recomendaciones	103
Referencias.....	104
Apéndices.....	¡Error! Marcador no definido.

Índice de tablas

Tabla 1	27
Tabla 2	28
Tabla 3.....	29
Tabla 4.....	30
Tabla 5	33
Tabla 6.	35
Tabla 7.....	36
Tabla 8.....	66
Tabla 9.....	76
Tabla 10	81
Tabla 11	85
Tabla 12	90
Tabla 13	108

Índice de Figuras

Figura 1. Forma de la Ecuación cuadrática Completa.....	26
Figura 2. Grafica ecuación cuadrática.....	26
Figura 3. Formula general ecuación cuadrática	34
Figura 4. Ubicación de puntos en el plano cartesiano.....	37
Figura 5. Gráfica ecuación cuadrática.....	38
Figura 6. Gráfica de las soluciones de la ecuación cuadrática.....	38
Figura 7. Diagrama métodos de solución ecuación cuadrática	39

Resumen

En esta compilación bibliográfica se pretende resaltar dos puntos principales a tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas:

Lo primero será la importancia de los conocimientos previos ya que las personas no crean el conocimiento de la nada siempre tendrán unos conocimientos previos que deberán ser reafirmados o en algunos casos ajustados, para poder tener una estructura lógica secuencial de aprendizaje.

Para el caso del aprendizaje de la ecuación cuadrática, la identificación clara y precisa de los temas que los estudiantes deben manejar para garantizar el éxito en el aprendizaje de este tema, apoyados en las recomendaciones emitidas por el Ministerio de Educación de Colombia, por medio de documentos como los “Estándares Básicos de Aprendizaje”, “Lineamientos Curriculares de Matemáticas” y los “Derechos Básicos de Aprendizaje DBA” donde se presenta una propuesta de cómo deben ser secuenciados y articulados dichos temas para los diferentes años de la educación y a través del desarrollo paso a paso de diferentes ejercicios donde se identificaran dichos conocimientos previos, para después apoyados en diferentes autores, socializar sus significados.

Por último teniendo en cuenta los puntos anteriores, realizar la revisión de dichos temas y secuencias, en editoriales y sitios web de educación matemática.

Palabras clave: conocimientos previos, currículo, educación, matemática, secuencia de aprendizaje.

Abstract

In this bibliographic compilation it is intended to highlight two main points to take into account in the teaching of mathematics:

The first thing will be the importance of prior knowledge since people do not create knowledge from nothing they will always have prior knowledge that must be reaffirmed or in some cases adjusted, in order to have a logical sequential learning structure.

In the case of learning the quadratic equation, the clear and precise identification of the topics that students must handle to guarantee success in learning this topic, supported by the recommendations issued by the Ministry of Education of Colombia, through documents such as the "Basic Learning Standards", "Mathematics Curricular Guidelines" and the "Basic Learning Rights DBA" where a proposal is presented of how these topics should be sequenced and articulated for the different years of education and through development step by step of different exercises where said previous knowledge will be identified, and then supported by different authors, socialize their meanings.

Finally, taking into account the previous points, carry out the review of said themes and sequences, in editorials and mathematics education websites.

Keywords: prior knowledge, curriculum, education, mathematics, learning sequence.

Introducción

En el presente documento se realizó una revisión de los conceptos fundamentales, que hacen posible resolver una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática, visto desde los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, (de ahora en adelante MEN) junto con la interpretación que realizan algunas de las editoriales de los diferentes lineamientos, y como se evidencian en las propuestas curriculares.

Los textos, de cada asignatura o los que contienen varias, son igualmente una visión integrada de un equipo multidisciplinar que fue contratado por las editoriales para sintetizar el diseño propuesto por el estado, facilitarle la tarea al docente a objeto de que este encuentre en cada uno de ellos, todo, como en un supermercado. (Mendoza, 2009, p. 3)

El aprendizaje de las matemáticas se hace dinámico, en el sentido en que diferentes temas se relacionan, se integran y hacen parte de un nuevo aprendizaje, conformando así un nuevo conocimiento.

Aquí la importancia de este trabajo que invita a reflexionar y a revisar los conceptos previos que hacen posible el aprendizaje de la ecuación cuadrática, en los estudiantes de grado noveno en Colombia, sabemos que para el aprendizaje de este tema, convergen diversos conceptos matemáticos, y vale la pena entrar a discriminarlos, teniéndolos en cuenta, cada docente crea la estrategia para encontrar el nivel en el que se encuentran sus estudiantes, y así generar las actividades que vea convenientes antes de abordarlo.

La experiencia y el sentido común del docente lo llevarán a plantear si la propuesta presentada por la editorial es totalmente pertinente y si no necesita ningún tipo de ajuste, ya que es el docente quien verdaderamente sabe o intuye, que necesita para realizar una enseñanza de calidad, debido a que no solo teoriza, sino que está inmerso en el proceso.

Como principales fuentes de información se tomarán en cuenta los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, (desde ahora en adelante LC), los Estándares Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (en adelante EC) y los derechos Básicos de aprendizaje del Ministerio de Educación Nacional (en adelante DBA),

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

al Señor Luis Rico como analista de los diferentes currículos matemáticos, y Mariana Miras investigadora del grupo LEAC (Lectura, Escritura y Adquisición de Conocimiento) de la Universidad de Barcelona y para él análisis de diferentes textos trabajaremos, la editorial Santillana, los libros de texto del Ministerio de Educación Nacional y el sitio web en inglés MATH-ONLY los cuales serán analizados en busca del patrón conformado por los temas propuestos por las anteriores editoriales.

En los diferentes apartados del documento se tendrá un breve recorrido histórico de la ecuación cuadrática y su definición, la definición de currículo, los lineamientos, estándares y derechos básicos de aprendizaje del Ministerio de Educación Nacional de Colombia que se involucran con el aprendizaje de la ecuación cuadrática, la ecuación cuadrática como tal y de esta como se desprenden los diferentes conceptos fundamentales que hacen posible su aprendizaje y las conclusiones que se producen en la realización del presente documento.

Justificación

Cuando se inicia un tema nuevo, como es el caso de la ecuación cuadrática en el grado noveno, es necesario identificar la presencia de conceptos anteriores, que se supone, debe tener el escolar para poder acceder a un nuevo conocimiento, y en especial en matemáticas, ya que la adquisición de un nuevo conocimiento se hace de forma gradual y secuencial.

La presente revisión tiene como finalidad principal, los conceptos matemáticos previos que hacen posible el aprendizaje de la ecuación cuadrática, en los estudiantes de grado noveno, ya que muchos de los estudiantes en los diferentes ciclos del proceso de enseñanza aprendizaje han olvidado los conceptos básicos, o llegan nuevos de otras instituciones educativas y solo recuerdan los conceptos que usan en su vida diaria. Mendoza (2009). Afirma que (p. 4).

Para el caso particular del aprendizaje de las matemáticas, que se construya de manera secuencial y de forma gradual en su dificultad, le favorece mucho y estas cualidades y otras que se centran en el modelo constructivista.

La concepción constructivista responde afirmativamente a esta cuestión y propone considerar un tercer aspecto indispensable en la radiografía inicial de los alumnos: los conocimientos que ya poseen respecto al contenido concreto que se propone aprender, conocimientos previos que abarcan tanto conocimientos e informaciones sobre el propio contenido como conocimientos que de manera directa o indirecta se relacionan o pueden relacionarse con él. (Miras, M 1993, p. 3)

Lo cual sirve para tener un punto de referencia para una práctica actual que se está realizando con más frecuencia que es la introspectiva, el revisar constantemente nuestra práctica educativa, servirá para poderla mejorar, y establecer una revisión de temas, conceptos previos para abordar un tema nuevo, creería que no solo en matemáticas garantizaría un mejor aprendizaje.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Empezando por analizar en donde están contenidos los conceptos, y cuales lineamientos gubernamentales los ponen donde los ponen. Una breve descripción histórica de la ecuación cuadrática y un análisis de conceptos previos.

La educación matemática tiene muchas dificultades en la actualidad, pero desde la planeación, se deben realizar los mayores esfuerzos ya que hay dificultades de muchos orígenes y en Colombia el retraso es significativo como lo exponen Murcia & Henao 2015:

Los resultados alcanzados por los estudiantes en las pruebas que aplica desde el año 2007 el Programa de Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA), analizados en sus conclusiones por y que establece que los estudiantes colombianos tienen un nivel de rezago de aproximadamente dos años de escolaridad según la comparación realizada con estudiantes de su misma edad en otras latitudes. (p. 1)

Y para el año 2018 la mejora es casi imperceptible de los 390 puntos obtenidos en el 2015 para el 2018 se obtuvieron 391, y mientras que la media en los países de la OCDE de los alumnos que alcanzan niveles superiores es del once por ciento en Colombia es del 1 por ciento. (Semana, 2019)

Por esto también es importante la revisión, ya que el grado noveno, es la finalización de una etapa de la educación básica y quedan dos años más de educación, en los cuales si detectamos estas fallas, se tiene el tiempo para remediar y preparar a los alumnos, para que aprendan temas más complejos como trigonometría y las nociones de cálculo, que se ven en los dos años de media vocacional, muy importantes en el momento de iniciar la preparación universitaria y así acceder a mejores oportunidades y bienestar, etapas definidas por:

ARTICULO 19.- DEFINICIÓN Y DURACIÓN La educación básica obligatoria corresponde a la identificada en el artículo 356 de la Constitución Política como educación primaria y secundaria; comprende nueve (9) grados y se estructurará en torno a un currículo, conformado por las áreas fundamentales del conocimiento y de

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

la actividad humana. (LEY 115 DE 1994, p. 4)

La revisión de la presencia de conceptos mediante un listado que será el resultado del desarrollo de ejercicios, resaltara información útil, a toda la comunidad académica, sobre el análisis realizado, identificación de posibles problemáticas, qué las puede estar ocasionando y cuáles son las recomendaciones, que desde el análisis se derivan para la solución, mejora o tratamiento de posibles situaciones.

Metodológicamente el trabajo la única especificidad que presenta es el análisis en el área de aprendizaje de las matemáticas, pero puede servir de guía a otras investigaciones en educación facilitando su comprensión, análisis y objetivos apoyados en la comparación y siguiendo algunos procedimientos de análisis que puedan ser pertinentes para los procesos de enseñanza aprendizaje.

Definición del Problema

La matemática en el siglo XXI se considera una herramienta fundamental para el desarrollo científico y tecnológico de la sociedad, gracias a ella logramos desarrollar diferentes algoritmos que hacen posible satisfacer las nuevas necesidades que surgen de los agigantados pasos que damos en pro del desarrollo, desde una perspectiva individual, la matemática contribuye positivamente en el proceso lógico de las personas, permitiendo tener una visión clara, en el momento de tomar decisiones que afecten directa o indirectamente la estabilidad emocional, económica y social, este documento pretende exponer una revisión de los conceptos básicos en el desarrollo de la ecuación cuadrática, ya que es un tema que involucra diferentes conocimientos, y en el que usualmente, el docente se ve envuelto en una serie de dificultades relacionadas, con la falta de interés, conceptos aprendidos en años anteriores y la ausencia de práctica que conduce al olvido de estos conceptos.

En Colombia el artículo 19 de la ley 115 de 1994 (Ley general de la educación) define: La educación media como obligatoria, cuya duración comprende los primeros 9 años de formación, resaltando en el artículo 20 objetivos como, “ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y la vida cotidiana” (p, 4), como vemos este punto de corte toma un papel importante, esa misma importancia se resalta en este documento, donde se considera que este último año de educación media es importante tomarlo como un punto de corte, para que los docentes tengan una clara idea de los conocimientos necesarios que deben tener los estudiantes para su continuidad académica,

(Rico, 1997) citando a (Romberg, 1991)

Tanto para los alumnos como para la sociedad las matemáticas satisfacen una necesidad funcional de largo alcance. Las escuelas deben preparar a los alumnos para ser ciudadanos productivos; la formación especializada de las matemáticas es un requisito previo esencial para el estudio de una amplia variedad de disciplinas.

(1997, p. 8)

Cuando se piensa abordar una temática nueva, el docente generalmente, empieza realizando una exposición del tema, que consiste en la realización de un ejercicio básico y se propone que los alumnos realicen en clase estos ejercicios, y en su casa, para mecanizar los pasos que han de realizar, “el procedimiento”, aquí en la mayoría de veces los alumnos realizan bien los pasos, pero efectúan mal las operaciones que tienen que hacer en cada paso, y se empieza a observar una deficiencia casi general en conceptos anteriores provocando en los alumnos, desinterés, estrés y diferentes reacciones negativas hacia la materia.

Y empiezan los retos para el maestro, ya que no cuenta con el tiempo para abordar temas antiguos e impartir el tema de la guía para ese momento y como resultado, el alumno no abordara el tema programado y la praxis del profesor puesta en duda debido a la falla evidenciada en el educando y en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Pregunta Problema

¿Cuáles son los conceptos básicos que hacen posible el proceso de enseñanza aprendizaje de la ecuación cuadrática, en los alumnos de grado noveno?

Objetivos

Objetivo General

Revisar los conceptos fundamentales que hacen posible el proceso de enseñanza aprendizaje de la ecuación cuadrática en estudiantes de grado noveno.

Objetivos Específicos

- Evidenciar los conceptos propuestos en los lineamientos y estándares curriculares planteados por el ministerio de educación, centrando la atención en el currículo de matemáticas.
- Dar a conocer los DBA (Derechos Básicos de Aprendizaje) como lineamiento propuesto por el ministerio de educación en Colombia.
- Estudiar los diferentes conceptos de los programas curriculares que ofrece la editorial Santillana, los textos guía ofrecidos por el ministerio de educación nacional, y el portal MATH-ONLY, en su propuesta curricular de matemáticas.

Línea de investigación

La idea de (García, Gamboa, Rivera & Tibaduiza, 2017) sobre la línea en que se desarrolla el presente trabajo monográfico, es educación y desarrollo humano, ya que resalta el aprendizaje de las matemáticas como un importante elemento en el desarrollo de las personas como ser humano, abriéndole más posibilidades para una inserción social en diferentes entornos académicos y culturales. (p. 30)

Compartiendo la línea de investigación con la monografía, un área de trabajo como lo es la educación y desarrollo humano, en la educación, buscando el desarrollo óptimo de competencia y habilidades en este caso para la matemática, además de compartir preocupaciones a nivel social, como la inequidad y la exclusión social que van en contra del desarrollo humano, dificultando el bienestar y la felicidad del individuo como lo expresa (Agreda, y otros, 2010).

Otra de las finalidades de este trabajo es la de generar una estrategia para que el profesor pueda construir conocimiento con bases sólidas, para mejorar y facilitar la participación de cada uno de los miembros de una comunidad en el contexto específico de las matemáticas, asegurando la presencia de los conocimientos que deben poseer para asegurar su participación. (p.45)

Marco referencial

Antecedentes

A nivel internacional

En vista de que la educación matemática, esta indudablemente a fin con el modelo constructivista y ha encontrado en esta práctica de aprendizaje, su mejor aliada en el proceso de enseñanza aprendizaje, proceso que no se lleva a cabo a partir de la nada, y es aquí donde entran los conocimientos previos, y para nuestro caso los conocimientos básicos en matemáticas, como lo expresa Morales Urbina, (2009)

Durante los últimos 20 años, las investigaciones en la educación matemática han estado marcadas por el paradigma constructivista. Las ideas claves de este paradigma provienen o tienen sus raíces en las investigaciones de muchos autores, entre los cuales se destacan: Piaget, Wallon, Vygotsky, Bruner, Dewey, Gagné, Ausubel, Novak y Henesian, entre otros”. Todos ellos han coincidido en que aprender cualquier contenido escolar supone, desde la concepción constructivista, atribuir un sentido y construir los significados implicados en dicho contenido, y que esta construcción no se lleva a cabo partiendo de cero. (p. 212)

A nivel internacional se realizan revisiones, investigaciones, de los conocimientos previos o básicos en matemáticas, cuando los jóvenes son admitidos a las diferentes universidades, para las diferentes carreras universitarias, es en donde se está evidenciando, la falta de conocimientos básicos en esta materia, altamente evidenciado en los estudiantes que hasta ahora comienzan con sus ingenierías, en materias cuyas bases las integra en un alto grado las matemáticas básicas. Como lo afirma Morales Urbina citando a Barbera 1999 donde afirma que:

“Concluir cuales son los requerimientos iniciales de los alumnos para un nuevo aprendizaje y evitar suposiciones”. Por ejemplo, en el caso de los estudiantes que ingresan a las carreras profesionales de ingenierías, por ser bachilleres en ciencias o egresados de carreras técnicas, pensar, sin haber aplicado los instrumentos de

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

evaluación inicial, que ya vienen completos en sus conocimientos matemáticos básicos. (p. 212)

En otras investigaciones internacionales sobre los conocimientos previos se ligan los anteriores a la concepción constructivista, en donde a un conocimiento futuro, lo primero que revisa en los alumnos es su estado inicial, que consiste en sobre la información y conocimientos que el alumno ya tiene y en la cual se va a basar para la construcción de un nuevo conocimiento como lo expone (Miras, 1993)

Coll, 1990 (citado por Miras, 1993) “cuando el educando inicia a un nuevo tema a aprender, lo hace siempre armado con una serie de conocimientos, concepciones y representaciones, adquiridos” en el transcurso de sus vivencias previas, que utiliza como instrumentos de interpretación que facilitan en buena parte qué información seleccionará, cómo la clasificara y qué tipos de relaciones establecerá entre ellas. (1993, p. 3)

A nivel nacional

La concepción sobre los conceptos previos en Colombia y en latino américa, apunta más a estados iniciales, en los procesos de enseñanza aprendizaje, en donde el docente debe identificar los conceptos previos que tienen, los niños o adultos y determinar realizar un tipo de ajuste de estos conocimientos para que sean útiles en la construcción de nuevos procesos de aprendizaje o empezar de nuevo con la construcción conceptual, como se explica a continuación, según Mariño, 1997:

Para el perfil constructivista, los conocimientos previos son indispensables para lograr que los educandos aprendan lo que la escuela ha determinado de antemano. Esta posición es justificable en la medida en que la institución educativa es una instancia donde se socializa el conocimiento acumulado por la humanidad. De ahí que los jóvenes, a partir de la “reconstrucción” de sus teorías previas (por sucesivos problemas cognitivos, por ejemplo), deban ir acercándose a los saberes estipulados por la comunidad académica

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

como los más adecuados en un determinado período histórico. Los conocimientos previos deben ser “extraídos”, para ser gradualmente cambiados por los conocimientos establecidos. En es, lo que el enfoque constructivista presenta en última instancia es más bien una restauración que una verdadera construcción. (p.4)

Otras aplicaciones que se dieron a los saberes previos fueron:

Como punto de análisis de los problemas presentados en el proceso de enseñanza aprendizaje ya que la respuesta “equivocada”, más la previa explicación del estudiante revelaban que podía estar pasando, donde se originaba el error y la segunda como ayuda al docente, en la identificación dentro del lenguaje corriente, la representación de conceptos, estáticamente representados en el lenguaje matemático, que podían facilitar la comprensión y construcción de nuevos conceptos, como lo explica a continuación el señor Germán Mariño (1997)

Los conocimientos matemáticos anteriores de niños y adultos han sido utilizados en mínima escala (nivel micro) de dos maneras. La primera como "cortina de fondo", como concerniente hipotético para ayudar a comprender eventuales inconvenientes de aprendizaje; el educador los tiene presentes para encarar situaciones donde los estudiantes dan respuestas “raras”, las cuales son "erróneas". La segunda manera de utilizarlos está muy cercana de la óptica popular: se los exhibe de forma autosuficiente, sin inquietarse por "enlazar" con el mundo de la escritura matemática. Dicho de otra manera: se asume una postura de desconexión. (p. 6)

Marco teórico

La revisión en la educación

Cuando hablamos de revisión en educación es porque se pretende realizar alguna mejora, y este proceso se llama de “revisión y mejora”, en el presente documento se plantea la revisión de conceptos previos, para el aprendizaje de la ecuación cuadrática en los alumnos de grado noveno, para así mejorar optimizar el aprendizaje de este tema y el profesor tenga de primera mano, estos conceptos fundamentales y así optimice también su tiempo en clase y de ser necesario realice acciones para remediar esta situación que le va impedir una correcta asimilación del tema a los alumnos de grado noveno, como lo explican Del Rincón & Del Rincón, 2000:

Para la realización de la presente revisión se especifica el conjunto recoge y analiza datos para recapacitar sobre su propia praxis. Hacen un examen del ejercicio educativo evaluación diagnostica inicial, que lleve a los cursos de las necesidades percibidas a las necesidades verdaderas, con el fin de reflexionar sobre dicha experiencia y sobre las causas subyacentes que las provocan. Trascribiendo el informe de esta exploración o evaluación, los grupos planifican mejoras, con el objetivo de diseñar un plan de acción basado en la recogida y análisis que lo hagan viable. (p. 57)

Y siendo viable para un proceso es aplicable en menor escala para una pequeña parte del proceso para buscar estrategias, formas de hacer más eficiente el proceso de enseñanza aprendizaje, para nuestro caso particular, las ecuaciones de segundo grado, y la revisión de conceptos previos y su importancia.

Conceptos previos

Los diferentes tipos de actividades en las personas van a dejar un conocimiento, y muchas veces vamos a poder seguir, descubriendo, aprendiendo e innovando a través de estas experiencias previas, al inicio de cualquier actividad nueva, todos vamos a buscar en nuestra memoria, algún tipo de conocimiento o experiencia previa, que nos permita,

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

entender o asimilar el nuevo concepto o conocimiento, siempre va haber algo en nuestras mentes que nos permita afrontar, situaciones de diferentes tipos, que nos lleve a construir un nuevo conocimiento.

Las exploraciones hechas con respecto al implícito y el entorno de los conocimientos o saberes primarios en las diversas asignaturas, han de mostrado que hay existencia de elementos comunes:

Los saberes previos son edificaciones íntimas que se han hecho en contacto con el mundo, con las herramientas, con los individuos y en diferentes prácticas estudiantiles y sociales;

El contacto con el mundo nos da las capacidades para poder interpretar y elaborar conceptos, deseos, intenciones o sentimientos hacia y con los demás;

Los saberes previos que fundamos y adquirimos las personas, no siempre poseen verdad académica. Es decir, son falsos;

Estos saberes suelen ser muy imperecederos y difíciles de cambiar y tienen un carácter verás. (López, 1999, p. 4)

Ahora el principal objetivo de este trabajo es determinar los conceptos previos fundamentales, que deberían tener los alumnos de noveno para aprender, un nuevo conocimiento como la ecuación cuadrática y para sustentar esto se hace uso de los criterios establecidos por la profesora Mariana Miras citando a (C. Coll, 1990):

¿Cómo es posible enlazar en un primer instante con el nuevo saber? A partir de algo que ya sabemos. Tal como señala C. Coll (1990), «cuando el estudiante se enfrenta a un nuevo conocimiento a apropiar, lo hace siempre con una serie de conocimientos, concepciones y representaciones, conseguidos en el pasar de sus prácticas previas, que usa como instrumento de interacción, que determina en gran parte qué información escogerá, cómo la clasificara y qué tipos de interacción establecerá.» Así, gracias a lo que el estudiante ya conoce, puede hacer un inicial

reconocimiento del nuevo conocimiento, darle un nivel de sentido y significado y comenzar el proceso de aprendizaje del mismo. (1993, p. 3)

Conceptos previos para el aprendizaje de la ecuación cuadrática

Para la identificación de los conceptos previos necesarios en la resolución de una ecuación cuadrática, lo primero será identificar el origen de la ecuación cuadrática y su desarrollo en el tiempo a través de un breve recorrido histórico, después será definir que es una ecuación cuadrática o de segundo grado, después identificar los tipos de ecuación cuadrática existentes y realizar el procedimiento para solucionar cada una de ellas para identificar los conceptos previos que intervienen en cada proceso.

Después se realizará un análisis de los estándares y lineamientos curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, paso a seguir, el análisis a los derechos básicos de aprendizaje, también propuestos por el (MEN) y por último se analizará el currículo de las editoriales: Santillana, Textos guía del (MEN) y el sitio web de internet MATH-ONLY, en la búsqueda de los conceptos previos, para el aprendizaje de la ecuación cuadrática.

Recorrido histórico de la ecuación cuadrática

Dentro de los diferentes textos consultados ubican que el concepto como tal de ecuación cuadrática se empezó a desarrollar en babilonia 600 a.C. o como lo explican (Medina & Barragán, 2012):

Las ecuaciones de segundo grado que consideraron en un principio los babilonios tienen sus orígenes principalmente en las dificultades donde se considera el semiperímetro y el área de un rectángulo. Se basan primariamente en problemas que relacionan la agrimensura, por el cual las respuestas eran más de reales, no obstante, pese a la peculiaridad de las respuestas encontradas, el procedimiento permitía ser generalizable, siguiendo el mismo procedimiento en la solución de ecuaciones de esta clase. (2012, p. 10)

O como lo expone (Vargas Mejía, 2013) en su tesis:

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Lo encontrado en las tablillas de la “Antigua Babilonia” evidencio que la matemática más avanzada de la edad antigua no era la egipcia. En la tablilla del 1700 a. de C., se encuentra el que es considerado el primer registro conocido de resolución de problemas que involucran ecuaciones cuadráticas, que es resuelta dada solamente su raíz positiva. (p. 33)

Después del desarrollo dado en babilonia la grandeza de la época se ubicó en Egipto, el conocimiento llego o fue desarrollado ahí gracias a la misma necesidad de medir terrenos como lo sustenta en su trabajo de maestría.

Aunque no se tiene evidencia de resolución de las ecuaciones de segundo grado, los especialistas en documentos antiguos afirman que: los egipcios resolvieron algunos ejercicios que incluían ecuaciones cuadráticas, especialmente donde se involucran problemas de tipo geométrico, y en general en el manejo de áreas, como lo expone Vargas, 2013:

Esto concuerda con lo expuesto inicialmente en cuanto al recaudo de impuestos del que era objeto el pueblo egipcio, de acuerdo con el área de la superficie de tierra que poseían. Indudablemente había trabajo con áreas de figuras que posiblemente llevaban a ecuaciones de segundo grado, pero no hay evidencias de métodos o algoritmos para la solución de tal tipo de ecuaciones. (p. 20)

El viaje del conocimiento en general llega Grecia, para ser formalizado y darle un uso pedagógico, las personas quieren aprender y saber antes de querer darle un uso práctico a sus conocimientos, todo esto en un entorno de mucha reflexión, para el desarrollo de las ecuaciones cuadráticas y para la matemática en general uno de los nombres más representativos es el de Diofanto de Alejandría, como lo menciona Vargas, 2013:

La “Arithmetica” de Diofanto, que para algunos conocedores de la matemática, tiene el mismo impacto en el Álgebra, que el que tienen los “Elementos” de Euclides para la geometría, nos ofrece algunos problemas que resuelve el autor, de manera muy

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

algebrizada, introduciendo el “arithmo” como una abreviatura adecuada para simplificar ecuaciones e incógnitas. Diofanto muestra un dominio perfecto de la forma de solucionar ecuaciones algebraicas, que le permiten plantear problemas con infinitas posibilidades de solución y variaciones en las condiciones iniciales del problema; sin importar si son sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones de segundo grado o de orden superior, y de una o varias vacilaciones. (p. 115)

Otro avance significativo de las matemáticas estuvo a cargo del pueblo árabe e hindú en medio oriente se dio la aparición del algebra y para nuestro caso de las ecuaciones cuadráticas tenemos al señor Al-Kwarizmi, como lo mencionan Medina & Barragán, 2012:

Entre los estudios realizados por Al-Kwarizmi estaba el de la matemática en Grecia que se basaba en la geometría, siendo la base Los Elementos de Euclides, donde Al-Kwarizmi resumió los diferentes temas que se tenían para la ecuación de segundo grado, de acuerdo a la distribución de los términos, ya que él no tomaba en cuenta los coeficientes y soluciones negativas. (p. 17)

Ya tiempo después el conocimiento se acaba de desarrollar en Europa Descartes dio más forma a este conocimiento de la ecuación cuadrática uniendo los conocimientos que encontró de los griegos plasmado en los elementos de Euclides y el trabajo de Al-Kwarizmi, finalizando en el avance en el análisis de las ecuaciones de tercer grado por Fibonacci, Ferrari, Tartaglia y Cardano.

Como lo indican: (Stewart, Redlin, & Watson,) Una de las últimas modificaciones de la ecuación cuadrática, fue la aparición de la formula general para la solución de estas ecuaciones, formulada por el político matemático François Viète (p. 49)

Ya que este conocimiento tiene diferentes aplicaciones en la vida cotidiana, inicialmente como en el pasado con las áreas, en la física en los experimentos de caída libre y en sus aplicaciones en la economía calculando función de costo, vemos la

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

funcionalidad y la importancia de que los alumnos manejen esta herramienta y se familiaricen con ella en vista de las inimaginables aplicaciones en una vida profesional.

Ecuación cuadrática o de segundo grado.

Las ecuaciones de segundo grado o cuadráticas son aquellas en donde el exponente de la incógnita está elevado al cuadrado, es decir, la incógnita está elevada al exponente dos. Tienen la forma general de un trinomio cuadrado. (Zita, 2018)

Figura 1

Forma de la Ecuación cuadrática Completa

$$ax^2 + bx + c = 0$$

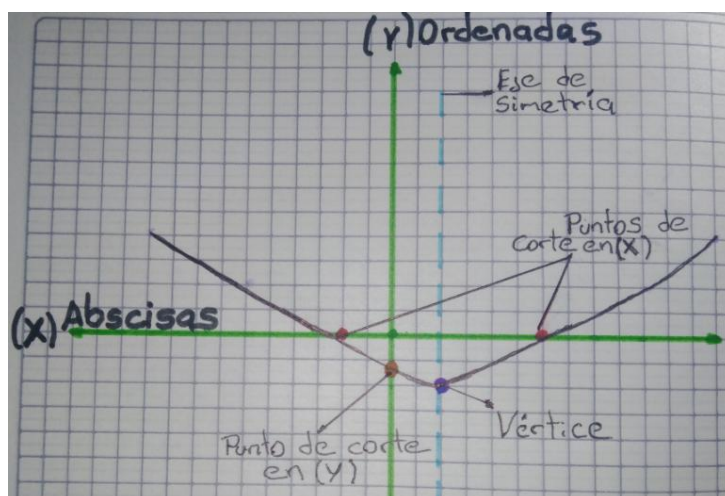
$a =$ Coeficiente Numérico de x^2 $b =$ coeficiente Numérico de x

$c =$ Término independiente

Nota. Figura 1 Forma de la ecuación cuadrática
En donde (a, b, c) pertenecen a los números reales \mathbb{R} y $a \neq 0$

Figura 2

Grafica ecuación cuadrática



Nota. Figura 2 Representación gráfica de una Ecuación Cuadrática o de segundo Grado

Como la variable (a) tiene que ser diferente de cero. Lo que va a determinar el tipo de ecuación cuadrática, serán los valores de las constantes (b, c) y según esto vamos a encontrar:

Ecuación cuadrática incompleta

Dentro de las ecuaciones cuadráticas incompletas encontraremos:

Baldor (1983) dice: “son ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$ que carecen del término en x o de la forma $x^2 + bx = 0$ que carece del término independiente” (p. 446).

Teniendo en cuenta que el término de (x) es (b) y el término independiente es c,

Ecuación cuadrática incompleta de la forma $ax^2 = 0$. (Sánchez & otros, 2016) afirman: “Pero también encontraremos la ecuación cuadrática de la forma $ax^2 = 0$, que tiene una única solución y es cero” (v 2, p 20).

Fijándonos un poco en este tipo de ecuación cuadrática, notaremos la ausencia del valor “x” y del coeficiente numérico de (x) “b” y la ausencia también del término independiente “c”

Tabla 1

Resolución ecuación cuadrática incompleta de la forma $ax^2 = 0$

$ax^2 = 0$	Ecuación dada
$\frac{ax^2}{a} = \frac{0}{a}$	Se realiza un despeje de la ecuación para hallar el valor x dividiendo a ambos lados de la igualdad
$x^2 = 0$	Después de dividir a (a) en ambos lados de la igualdad
$\sqrt{x^2} = \sqrt{0}$	Para acabar de despejar a x se extrae la raíz cuadrada
$x = 0$	Después de extraer las raíces en ambos lados de la igualdad.

Nota. Tabla 1 descripción pasó a paso del desarrollo de una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 = 0$

De este primer tipo de ecuación cuadrática si nos fijamos encontramos que:

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

El primer concepto previo que encontramos es el “despeje de ecuaciones lineales” y después encontramos dos conceptos más antiguos “División y Radicación”, y utilizando estos tres primeros conceptos previos, podremos resolver ecuaciones cuadráticas incompletas de la forma: $ax^2 = 0$

Ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx = 0$. En este tipo de ecuación cuadrática nos damos cuenta de la ausencia del término independiente “c”, lo cual es la característica principal.

Tabla 2

Solución de ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx = 0$

$ax^2 + bx = 0$		Factorizando la x queda...
$x(ax + b) = 0$		Igualando a cero cada factor tenemos...
$x_1 = 0$	$ax_2 + b = 0$	Nos damos cuenta de que hallamos una solución $x_1 = 0$ y debemos resolver la ecuación para hallar la otra respuesta. x_2 , Después de restar (b) en ambos lados de la ecuación y dividir por (a) en ambos lados de la ecuación tenemos... (Sánchez & otros, 2016)
$x_1 = 0$	$x_2 = -\frac{b}{a}$	Y así obtenemos los dos resultados para este tipo de ecuación cuadrática (Sánchez & otros, 2016).

Nota, Tabla 2 Solución paso a paso de una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 +$

$$bx = 0$$

Para este tipo de ecuación lineal aparece un nuevo conocimiento previo, como lo es la **factorización** y otros ya identificados en el caso anterior como el despeje de ecuaciones y la división.

Para este caso como tenemos un producto igualado a cero, un factor es cero, o el otro factor es cero, o ambos son cero. (Marta, superprof, 2018)

Ecuación cuadrática incompleta de la forma $ax^2 + c = 0$. Para este tipo de ecuación cuadrática nos damos cuenta que hace falta tanto “x” como su coeficiente numérico “b”, en la siguiente tabla se describirán los pasos para resolver este tipo de ecuaciones.

Tabla 3

solución ecuación cuadrática incompleta de la forma $ax^2 + c = 0$

$ax^2 + c = 0$	Empezamos restando “c” a ambos lados de la ecuación teniendo...
$ax^2 + c - c = 0 - c$	Después de solucionar nos quedaría...
$ax^2 = -c$	Ahora dividimos en “a” ambos lados de la ecuación teniendo...
$\frac{ax^2}{a} = -\frac{c}{a}$	Y para acabar de despejar a “x” sacamos raíz a ambos lados de la igualdad.
$\sqrt{x^2} = \sqrt{-\frac{c}{a}}$	Después de sacar las raíces se divisan las dos soluciones... (Sánchez, y otros, 2016)

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \dots x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}} \dots x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Y así encontramos las dos soluciones

Nota. Tabla 3 Solución paso a paso de una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + c = 0$

Para la solución de este tipo de ecuación cuadrática no salió ningún conocimiento previo, de los ya identificados en los otros casos de ecuaciones cuadráticas incompletas.

Ahora vamos a ver las ecuaciones cuadráticas completas, porque son completas y si se requieren de otros conocimientos previos para su resolución.

Ecuaciones Cuadráticas Completas. (Baldor, 1983) "Son ecuaciones completas de segundo o cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, que tienen un término en " x^2 " (a), un término en " x " (b) y un término independiente de x (c)" (p.446).

Para las ecuaciones cuadráticas completas también hay varios procedimientos diferentes para encontrar las respuestas o raíces de la ecuación los cuales describiremos paso a paso a continuación.

Método de completar el cuadrado, para resolver la ecuación cuadrática completa. Para la resolución de ecuaciones cuadráticas completas, por el método de completar el cuadrado el coeficiente de " x^2 " (a) deber ser uno, de lo contrario después de enviar el término independiente al otro lado de la igualdad, los tres términos de la ecuación serán divididos por el valor que tiene (a) (Baldor, 1983).

Tabla 4.

Paso a paso, método de completar el cuadrado, para resolver la ecuación cuadrática completa.

$ax^2 + bx + c = 0$	Lo primero es restar “c” en ambos lados de la ecuación quedando...
$ax^2 + bx = -c$	Si el valor de “a” no es uno ahora hay que dividir los tres términos en “a” quedando...
$x^2 + \frac{bx}{a} = \frac{-c}{a}$	Para completar el cuadrado al coeficiente de x “b”, el que está en medio, se le saca la mitad y se eleva al cuadrado quedando...
$x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}$	Para que la igualdad de la ecuación no se afectada se pone el tercer término a ambos lados de la ecuación. Ahora tenemos el trinomio cuadrado perfecto a la izquierda de la ecuación y procedemos a factorizar quedando...
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}$	Sacamos Raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad quedando...
$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}}$	Resolvemos las raíces donde se puede y donde no las dejamos indicadas quedando...
$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}}$	Como vimos al primer miembro en el proceso de la radicación, se le suspendió tanto la potencia como la radicación por tener el mismo valor.

Ahora restamos a ambos lados de la ecuación el valor del término que acompaña a “x” quedando...

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}}$$

Como el resultado involucra una raíz cuadrada hay que tener en cuenta una respuesta negativa y otra positiva quedando...

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}} \quad \text{ó} \quad x_2 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}}$$

Nota. Tabla 4 Solución paso a paso de una ecuación cuadrática completa por el método de completar el cuadrado.

Como se pudo observar hay que tener unos conocimientos previos desde la aritmética en el momento de sumar, restar, sacar la mitad de una cantidad(dividir), elevarla al cuadrado, el manejo de ecuaciones lineales, para transformar expresiones algebraicas en otras equivalentes sin alterar la ecuación, gracias al manejo del algebra aplicando el proceso de la factorización, el manejo de las propiedades de la potenciación y radicación para simplificar lo que más se puedan estas expresiones y así llegar a una solución.

Descomposición factorial para solucionar ecuaciones cuadráticas o de segundo grado. Para solucionar estas ecuaciones completas de segundo grado por factorización, se siguen los siguientes pasos:

Tabla 5

Solución descomposición factorial para solucionar ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.

$20x^2 - 27x = 14$	Para todas las ecuaciones de segundo grado lo primero será que está organizada de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$, quedando
$20x^2 - 27x - 14 = 0$	Después de organizada la ecuación, procedemos a factorizar el polinomio, quedando...
$(5x + 2)(4x - 7) = 0$	En el producto de los factores igualados a cero por lo menos uno de estos factores sea igual a cero, y la ecuación se satisface de la siguiente forma:
$5x + 2 = 0 \quad \text{ó} \quad 4x - 7 = 0$	Desarrollando las ecuaciones lineales por separado encontraremos las raíces o respuestas de la ecuación...
$5x + 2 = 0 \quad \& \quad 4x - 7 = 0$ $5x = -2 \quad \quad \quad 4x = 7$ $x_1 = -\frac{2}{5} \quad \& \quad x_2 = \frac{7}{4}$	La idea es que el alumno maneje diferentes conceptos que le ayuden a desarrollar y comprender sus conocimientos de la forma más fácil.

Nota. Tabla 5 Solución paso a paso de una ecuación cuadrática completa por el método de descomposición factorial.

Para este método, el principal concepto fundamental es la factorización “trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ ” (Baldor, 1983). Y aunque todos los ejercicios no sea posible

resolverlos por este método, los que se pueden resolver por este método, se resuelven de manera más sencilla que por otros métodos.

Formula general para solucionar ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.

Este método es que tiene más acogida entre los estudiantes ya que cualquier ecuación cuadrática puede ser resuelta por este método, aunque en ocasiones, con otros métodos la solución se encuentre de forma más sencilla.

Figura 3

Formula general ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Nota. Figura 3 Representación gráfica de la fórmula general para resolver una Ecuación Cuadrática o de segundo Grado.

Esa es la fórmula general para Donde **a**, **b** y **c** eran cantidades conocidas. De este modo, él hizo posible escribir una fórmula (en este caso la formula cuadrática) con **a**, **b** y **c** que pueden usarse para resolver todas esas ecuaciones en un solo golpe. Resolver ecuaciones de segundo, que en un primer momento François Viète considero, todas las ecuaciones cuadráticas escribiendo: $ax^2 + bx + c = 0$

(Stewart, Redlin, & Watson, 2012, p.49)

A continuación, ejemplo de ejercicio paso a paso por el método de formula general

Tabla 6.

Paso a paso, formula general para solucionar ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.

$20x^2 - 27x - 14 = 0$	Lo primero es identificar las cantidades conocidas de la ecuación cuadrática a , b y c , para hacer el reemplazo en la siguiente formula. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Quedando...
$a=20, b=-27 \text{ y } c=-14$ reemplazando en la fórmula... $x = \frac{-(-27) \pm \sqrt{(-27)^2 - 4(20)(-14)}}{2(20)}$	Se recomienda que cuando se realicen los reemplazos los números queden dentro de paréntesis para evitar confusiones, como se hizo. Se resuelven las operaciones de los paréntesis quedando...
$x = \frac{27 \pm \sqrt{729 + 1120}}{40}$	Ahora simplificamos la operación de la raíz
$x = \frac{27 \pm \sqrt{1849}}{40}$	Si es posible obtener un resultado exacto de la raíz lo realizamos de lo contrario, lo dejamos indicado.
$x = \frac{27 \pm 43}{40}$	Y en este punto nos damos cuenta de las 2 raíces o soluciones.
$x_1 = \frac{27 + 43}{40} \quad \& \quad x_2 = \frac{27 - 43}{40}$ $x_1 = \frac{70}{40} \quad \& \quad x_2 = -\frac{16}{40}$	Después de realizar las operaciones indicadas y simplificar las respuestas nos quedó...
$x_1 = \frac{7}{4} \quad \& \quad x_2 = -\frac{2}{5}$	Verificar resultado y comparar el procedimiento con el de la tabla 5.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Nota. Tabla 6 Solución paso a paso de una ecuación cuadrática completa por el método de formula general o fórmula cuadrática.

Para la resolución de esta ecuación, por formula general o cuadrática, debemos tener en cuenta los siguientes conocimientos previos.

El manejo de términos si la ecuación no está igualada a cero, todo ejercicio de este tipo inicia organizando el polinomio, reduciendo términos semejantes y antes de iniciar su solución debe tener la forma: $ax^2 + bx + c = 0$.

Que el estudiante tenga la capacidad de realizar los reemplazos en la fórmula de las cantidades conocidas, que haga una valoración que es como se conoce este procedimiento de cambiar letras por valores numéricos.

Que realice operaciones con números enteros correctamente.

Que entienda, el proceso de la radicación y como operar este.

Que, según las circunstancias, pueda trabajar, con números fraccionarios o números decimales.

Que los estudiantes den respuestas completas y simplificadas que den muestra tanto de su conocimiento como de su estética al trabajar.

Solución gráfica de ecuaciones cuadráticas o de segundo grado. Baldor (1983) dice: “Toda ecuación de segundo grado con una sola incógnita en x representa una parábola cuyo eje es paralelo al eje de las ordenadas” (p.457).

A continuación, el paso a paso para resolver una ecuación cuadrática por el método gráfico:

Tabla 7.

Procedimiento, solución gráfica de ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.

$20x^2 - 27x = 14$	Lo primero, siempre será organizar el polinomio para que quede de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$, quedando...
--------------------	---

$20x^2 - 27x - 14 = 0$

Para este método, se empieza dándole valores a **x**, reemplazándolo por valores numéricos, que van hacer los valores de **y**, para formar los pares ordenados que se graficarán.

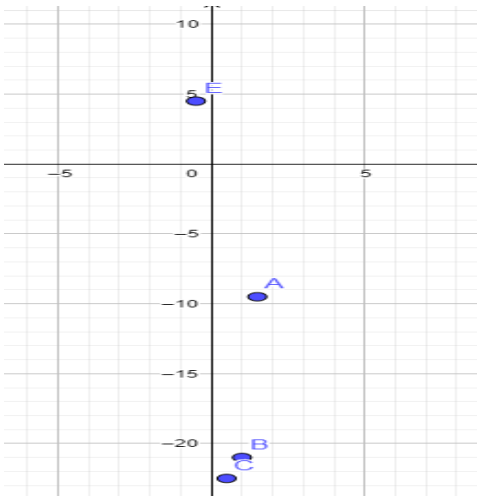
Después de reemplazar 7 valores en **x** tendremos siete valores para **y**, apoyados en su fórmula de función.
 $y = 20x^2 - 27x - 14$
Obteniendo...

x	y
1.5	-9.5
1	-21
0.5	-22.5
0	14
-0.5	4.5
-1	33
-1.5	71.5

Después de tener los pares ordenados procedemos a ubicarlos en el plano cartesiano.

Figura 4
puntos en el plano cartesiano

Ubicación de



Analizando los puntos ubicados nos damos cuenta que vamos a obtener una parábola que abre en forma de U y que tengo que poner más valores positivos en **x** para obtener los puntos que necesito.

Colocando dos puntos en **x** positivo tengo los puntos necesarios para trazar la gráfica y buscar las soluciones.

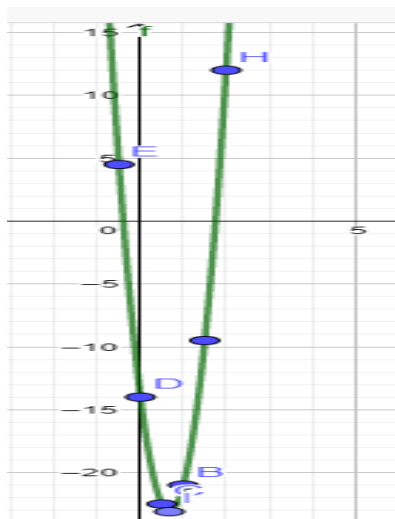
Nota. Figura 4 ubicación de puntos de la ecuación cuadrática, elaborado en GeoGebra en

Quedando la gráfica...

<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

Figura 5

Gráfica ecuación cuadrática



Para hallar las soluciones solo debo ubicar los puntos donde la gráfica intercepta el eje x.

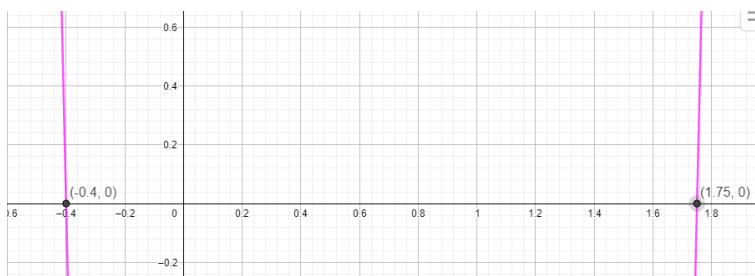
Nota. Figura 5 Representación gráfica de la ecuación cuadrática elaborado en GeoGebra en

<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

Como podemos observar en la gráfica tenemos los 2 puntos que interceptan al eje x.

Figura 6

Gráfica de las soluciones de la ecuación cuadrática



Nota. Figura 6 Representación gráfica de las soluciones,
de la ecuación cuadrática, elaborado con GeoGebra en

<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

$$x_1 = -0.4 \text{ ó } -\frac{2}{5} \quad \& \quad x_2 = 1.75 \text{ ó } \frac{7}{4}$$

Los resultados
pueden ser
contrastados al final de
la tabla 6

Nota. Tabla 7 paso a paso de la solución gráfica de la ecuación cuadrática.

En este documento este es el último método que vamos a analizar para la resolución de ecuaciones cuadráticas y observando el proceso realizado podemos decir que los conocimientos previos que se deben tener para solucionar una ecuación cuadrática por este método son:

Saber realizar los reemplazos o sustituciones de “**x**” en la ecuación de función cuadrática para hallar los valores de “**y**”.

Saber ubicar los pares ordenados, en el plano cartesiano.

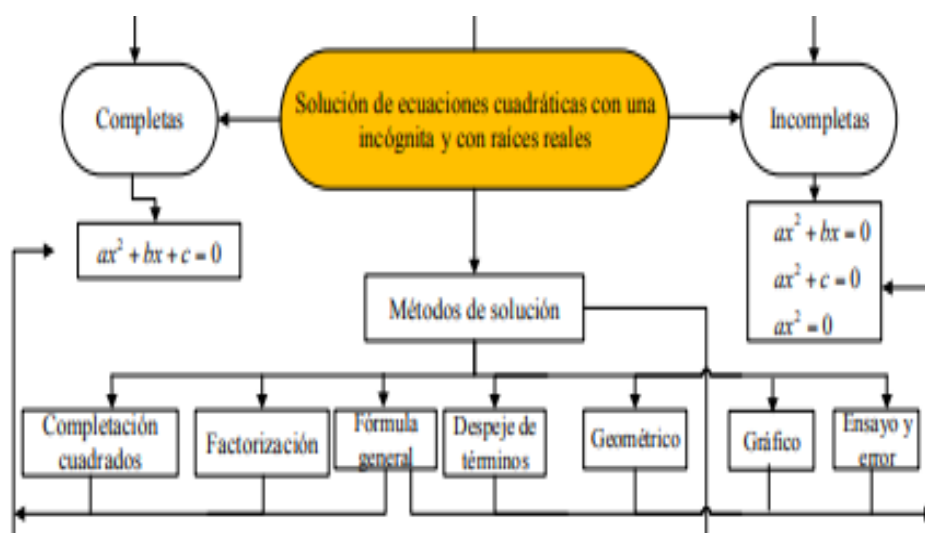
Saber trazar parábolas.

Identificar el eje “**x**”.

Tener el concepto de intersección que va a permitir, encontrar las respuestas.

Figura 7

Diagrama métodos de solución ecuación cuadrática.



Nota. Figura 7 Métodos de solución de la ecuación cuadrática, elaborado por Ávila C, León L, Rodríguez D & Becerra O, obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11770/1/Becerra2018Solucion.pdf> (Avila, León, Rodríguez, & Becerra, 2018)

Conceptos básicos para la resolución de ecuaciones cuadráticas por los distintos métodos.

En las clases de ecuaciones cuadráticas y en los diferentes métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas podemos observar los siguientes conceptos básicos fundamentales que hacen posible la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Adición o Suma. (Soto Apolinar, 2011) Define:” (Aritmética) (1.) Manipulación entre números que expresa la relación entre el número de elementos de la unión entre ellos” (p. 150)

Resta o sustracción. (Soto Apolinar, 2011) Define:

Operación matemática binaria denotada con el símbolo $-$. La sustracción de números a y b es el número que hay que sumar a para obtener b y se denota por: $b - a$. Por ejemplo, $5 - 3 = 2$, porque $3 + 2 = 5$. (p. 140).

Multiplicación como es definida por Soto Apolinar, 2011:

Operación de dos elementos que consiste en un resumen de la suma repetida de un mismo número diversas veces. Por ejemplo, la multiplicación de 3 por 6 se denota por: 3×6 y simboliza agregar el número 3 seis veces. Cuando se trata de otros objetos matemáticos (p. 103)

División. Operación matemática que consiste en repartir un conjunto fijo, en otro conjunto dado. La división se denota con el símbolo / o con \div .

Por ejemplo, para mostrar la división de los números b y c, escribimos: $b \div c$, o bien, b/c .

La división de dos números también se acostumbra escribir como una fracción. $s = b / c$ donde s es el resultado del llamado cociente, b es el dividendo, c es el divisor que debe ser distinto a cero. (Soto Apolinar, 2011, p .47)

Potenciación. Es la consecuencia de multiplicar un número (la base) por sí mismo un número “n” de veces el exponente y el resultado se llama potencia. $x^n = x * x \dots n \text{ veces} = m$ (Soto Apolinar, 2011).

Raíz. Número que, multiplicado un número de veces indicado, resulta igual a otro valor dado. Por ejemplo, la raíz cuadrada (el índice es 2) de 81 es 9, porque $9*9 = 81$. La raíz cuarta de 16 es 2, porque $2*2*2*2 = 16$. La raíz cuadrada se denota con el signo de radical (Soto Apolinar, 2011, p. 134).

Operación de las cuales se derivan propiedades para su interacción con otras operaciones como la suma, la resta, multiplicación, división y potenciación.

Números enteros \mathbb{Z} . El conjunto de los números enteros es definido como los números naturales más el cero, con los naturales portando el signo negativo: $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ Un número entero es cualquiera de los comprendidos en el grupo anterior (Soto Apolinar, 2011, p. 109).

Dentro de los conocimientos que los estudiantes deben tener y haber visto, la operación de números enteros, con respecto a la operación de números es aquí donde se reglamenta o estipula su operación.

Números racionales Q .

Es el grupo de todos los números que se pueden expresar como división de dos números enteros, donde el denominador es distinto de cero.

$Q = \left\{ x \mid x = \frac{p}{q}, p, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0 \right\}$ Un número racional es cualquier elemento del conjunto de los números racionales. Todos los números enteros y todos los números naturales también son números racionales. Por ejemplo, los números: $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, -\frac{2}{5}, -\frac{18}{7}$ son números racionales (Soto Apolinar, 2011, p. 111).

Lo que comúnmente conocemos como números fraccionarios, entre estos números también se realizan las operaciones básicas teniendo en cuenta, una serie de condiciones al momento de operar en este grupo de números.

Números irracionales Q' .

Es el grupo de los números que no se pueden expresar como la división de dos números enteros, donde el divisor es distinto de cero.

$$Q' = \left\{ x \mid x \neq \frac{p}{q}, p, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0 \right\}$$

Ningún número racional es irracional y viceversa. Algunos números irracionales muy conocidos son $\pi \approx 3.141592654\cdots$ y $e \approx 2.7182818\cdots$ (Soto Apolinar, 2011, p. 109).

Estos números no tienen representación como división por ejemplo “ π ” pi, “ e ” Euler y algunas raíces no exactas como $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$, los cuales por tener un valor decimal tan largo es mejor trabajarlos en su expresión de raíz o simbólica.

Despeje de ecuaciones o Despejar. En matemáticas el despejar se refiere al mecanismo de comunicar una variable de una expresión matemática utilizando operaciones algebraicas de manera que la expresión final sea igual a la inicial. Por ejemplo, al despejar “y” de la ecuación: $2x + 3y = 12$, obtenemos: $y = \frac{12-2x}{3} = 4 - \frac{2}{3}x$ (Soto Apolinar, 2011, p. 38).

El estudiante debe tener la capacidad de realizar correctamente los despejes de las incógnitas, apoyado en los diversos conocimientos, para realizarlo de forma exitosa.

Par ordenado.

Un par ordenado se refiere a un dúo de valores (x,y) que determinan la ubicación de un objeto matemático que generalmente, satisface: (a,b), (b,a), es decir, los mismos números en diferente posición serán dos coordenadas diferentes. Por ejemplo, los ejes de un punto son un par ordenado, porque en el plano cartesiano, $(2, 3) \neq (3, 2)$. (Soto Apolinar, 2011, p.38).

El estudiante debe tener el conocimiento de ubicación y verificación de estos pares ordenados en el plano cartesiano.

Plano cartesiano Soto Apolinar (2011) define: “Plano que utiliza un sistema de líneas cartesianas (rectangulares) para determinar el lugar de un punto”. (p. 123).

El conocimiento del plano cartesiano es fundamental en el proceso de manipulación del conocimiento y conocer sus partes y saber utilizarlo es muy importante.

Algebra Soto Apolinar (2011) define: “Es la parte de las matemáticas que trabaja las propiedades de los números a partir de su enajenamiento en forma de polinomios y funciones” (p. 2).

Dentro de los conocimientos en algebra que deberá poseer el estudiante están: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación acompañados con letras que recibirán el mismo trato que numero, ya que son representaciones de números desconocidos.

Valoración de expresiones algebraicas. Cuando se le da un valor literal o numérico, a cada una de los términos de la expresión algebraica y se realizan las operaciones indicadas en la expresión, para obtener un valor final, se está valorizando una expresión algebraica. (Profesor en línea, 2015)

Graficar. Es la capacidad que tiene el estudiante para ubicar pares ordenados “puntos” en el plano cartesiano y unirlos para realizar una representación gráfica de una expresión algebraica llamada función.

Después de haber discriminado la gran mayoría de conceptos básicos, ya que hay muchos inmersos en otros, nos disponemos a analizar los lineamientos y estándares curriculares y derechos básicos de aprendizaje, con el fin de identificar donde el Ministerio de Educación Nacional de Colombia hace mención de los conceptos aquí mencionados.

Revisión de los lineamientos curriculares en matemáticas en la búsqueda de los conceptos fundamentales para la solución de ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.

En este apartado vamos a trabajar los lineamientos curriculares, pero antes es conveniente definir primero, un poco el entorno que abarca este tema y empezaremos por definir currículum y currículum en matemáticas, lineamientos curriculares.

Currículo. (L.D Hainaut, 1980) citado por (Bolaños Bolaños & Zaida, 2007) “Una propuesta curricular es un proyecto de educación que define: a) los fines, las metas y los objetivos de la educación; b) las métodos, los recursos y los instrumentos para indicar en qué medida ha producido buenos resultados” (p. 24).

Currículo matemáticas. (Rico y Lupiáñez,) citado por (Gomez, Castro, Bulla, Mora, & Pinzón, 2016) donde por currículum matemáticas se concibe “el método para dar formación en matemáticas para jóvenes y adultos que se ubica en el sistema educativo de un país”. (p. 321)

Lineamientos curriculares.

Son las alineaciones epistémicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN con el apoyo de un grupo de la comunidad educativa para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la Ley General de Educación en su artículo 23 (MEN, 2015 p. 3).

Lineamientos curriculares en matemáticas

El ministerio de educación nacional define:

Los lineamientos curriculares en Colombia es un documento publicado por el ministerio de educación nacional con la finalidad de definir que son las matemáticas y su aplicación y finalidad a nivel escolar, ilustrar en que consiste la actividad matemática en la escuela, para qué y cómo se enseñan las matemáticas mostrando una propuesta de cómo se puede organizar que partes se deben tener muy en cuenta y bajo qué principios, estrategias y criterios se debería orientar la evaluación de desempeño matemático de los alumnos (Ministerio de Educación. 1998). “No sin antes ilustrar el largo recorrido de las matemáticas como concepto, tema de reflexión filosófica y sus diferentes corrientes metodológicas” (MEN, 2015).

Los lineamientos curriculares tienen una propuesta para la conformación del currículo a partir de tres ejes temáticos, (procesos generales, conocimientos básicos y contexto para la evaluación).

Procesos Generales. Son los diferentes procesos que se realizan o están presentes en la actividad académica matemática relacionados con: la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (Ministerio de Educación, 1998)

Resolución y planteamiento de problemas. En la resolución y planteamiento de problemas el alumno va desarrollando habilidades y conocimientos matemáticos.

En las diferentes proposiciones curriculares, en las más recientes se afirma que los procesos que involucran la resolución de problemas debe ser eje principal del

currículo matemático, y como tal, debe ser un objetivo principal de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no quiere decir que se constituya en un común aparte del currículo, deberá involucrarlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean dominados. (Ministerio de Educación, 1998, p. 52)

El Razonamiento. Dentro de las habilidades que el alumno deberá desarrollar esta el de razonamiento matemático en vínculo estrecho con la resolución y planteamiento de problemas y desarrollando aptitudes y competencias como la comunicación de conocimientos, modelación desarrollo de procedimientos que darán evidencia clara del nivel de madurez y razonamiento, en donde el papel del docente será el de creador de diferentes contextos y situaciones de aprendizaje que faciliten el desarrollo del alumno.

En el razonamiento matemático es necesario tener en cuenta de una parte, la madurez de los alumnos y su nivel de progreso y, de otra, que cada logro alcanzado en un grupo de conocimientos que se retoman y amplían en los grupos de niveles siguientes.

Así mismo, se debe partir de los niveles informales del razonamiento en los conjuntos de grados inferiores, hasta llegar a niveles más elaborados de pensamiento, en los conjuntos de grados superiores (Ministerio de Educación, 1998, p. 54).

Comunicación. La comunicación es un elemento esencial en el proceso de enseñanza aprendizaje, y como tal el alumno ira familiarizándose con expresiones y símbolos que lo ayudaran a expresarse e interactuar en un ambiente matemático en el cual sea capaz de expresar sus propias ideas e interpretar las ideas de los demás en un contexto matemático.

Al respecto el ministerio de educación 1998 dice que:

La comunicación juega un papel principal, en la ayuda de los niños a edificar los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

simbólico que tienen las matemáticas; cumple también una función principal, como ayuda para que los estudiantes realicen importantes uniones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas.

Cuando los jóvenes ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender el potencial de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas. (p. 74). Citando a (Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática, 1989, p. 25)

La Modelación. La modelación es la capacidad de ver, transmitir y representar matemáticamente la realidad y viceversa y aprovechar estas situaciones de la vida real para que el alumno se dé cuenta que todo está inmerso en las matemáticas que podemos aprovechar muchas situaciones de la vida real para aprender y reflexionar sobre los avances logrados apoyados en las matemáticas, en lo cual el Ministerio de Educación 1998 dice:

Los datos, conceptos, relaciones, condiciones y suposiciones del problema enunciado matemáticamente se deben remitir a las matemáticas, es decir, deben ser matematizados y así resulta un modelo matemático de la situación original. Dicho modelo consta esencialmente de ciertos objetos matemáticos, que corresponden a los “elementos básicos” de la situación original o del problema, y de ciertas conexiones de esos elementos, que corresponden también a relaciones entre esos “elementos básicos” (Ministerio de Educación, 1998, p. 76)

La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Es importante que los diferentes aprendices sean capaces de actuar en un ambiente matemático que razonen, comuniquen, ejecuten, midan, creen estrategias para la resolución de problemas y que realicen correctamente los procedimientos relacionados siguiendo los procedimientos

estandarizados para garantizar el éxito y eficacia en su labor, en lo cual el Ministerio de Educación 1998 comunica:

En los procedimientos nos estamos refiriendo a las sapiencias en cuanto a actuaciones, a las destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y diferentes aplicaciones, resaltando en el estudiante la capacidad de enfocar y resolver las propias actuaciones de manera cada vez más hábil e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud. (Ministerio de Educación, 1998, p. 81)

Conocimientos Básicos. Son aquellos que tienen que ver propiamente con las matemáticas el desarrollo del pensamiento matemático y la especificidad de los procesos que son desarrollados por parte de todos los alumnos, aunque en diferentes proporciones debido a diferentes situaciones.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos. La aritmética como eje fundamental en el análisis de la realidad y futuro desempeño profesional donde el manejo de la aritmética es importante y hace parte del estudio de los sistemas numéricos para el desarrollo del pensamiento numérico, donde se destacan comprensión de los números y la numeración, comprensión del concepto de operaciones y cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

El pensamiento numérico es adquirido de forma gradual y se va desarrollando en la medida en que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y usarlos en contextos característicos, y se manifiesta de diversas formas de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. En especial es fundamental la forma como los alumnos discriminan, desarrollan y usan fórmulas de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. La invención de un algoritmo y su cuidado hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la

comprensión de propiedades numéricas. Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre los resultados obtenidos. (Ministerio de Educación, 1998, p. 26)

Pensamiento Espacial y sistemas geométricos. Para este punto se hace énfasis en volver a trabajar la geometría, que había dejado de lado por la llegada de la “matemática moderna” y para el desarrollo del pensamiento espacial en toda la matemática una de sus principales herramientas es la geometría.

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales. (Ministerio de Educación, 1998, p. 36)

Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. Es una relación más directa y significativa del número y lo que representa, con una aplicación más directa a la cotidianidad de las personas, en este punto es donde se hace más fuerte la aplicación de las matemáticas a la vida real y las matemáticas son más perceptibles a los sentidos y por lo tanto más fáciles en el momento de realizar una representación mental o física de estas, como lo afirma Osborne, 1976:

Actualmente en las escuelas, gran parte de todo lo que se aprende sobre medir es de naturaleza puramente secundario. Los conceptos de medida aparecen en situaciones cuyo propósito es enseñar y aprender sobre el número. Se supone que la medida es intuitiva y está lo suficientemente establecida y comprendida por los alumnos como para servir de marco intuitivo en cuyo contexto explicar las operaciones aritméticas. Tal afirmación ha de ser puesta en tela de juicio. Además, la naturaleza de la forma en que los niños aprenden a medir y se valen de medidas

en el contexto de esta transferencia exige cuidadosa atención. (Ministerio de Educación, 1998, p. 26) citando a (Osborne, 1976)

El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Por medio del desarrollo de este pensamiento se logra la primera base en la transversalidad con otras ciencias del conocimiento y con las matemáticas mismas, ya que el pensamiento aleatorio sirve para el análisis, comprensión y predicción de eventos con respecto al tratamiento de datos que permiten realizar lecturas de la realidad y predicciones de diferentes eventos en distintas ciencias.

La tendencia en los currículos de matemáticas es la de inclinarse hacia el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado vigente a lo largo de este siglo, en la ciencia, en la cultura y aún en la forma de pensar corriente. La teoría de la probabilidad y su aplicación a los fenómenos fortuitos, han construido una estructura matemática que de alguna manera logra dominar y manejar efectivamente la incertidumbre. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante fórmulas aleatorias de una manera parecida a cómo actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Los dominios de la estadística han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, la economía, la psicología, la antropología, la lingüística..., y más, han permitido desarrollar al interior de la misma matemática. (Ministerio de Educación, 1998, p. 47)

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos analíticos.

Un rápido vistazo a la evolución histórica, desde las matemáticas, del estudio de la variación permite afirmar que se inicia con las tablas en babilonia, con los dibujos de variación (Oresme en la Edad Media) y con los métodos algebraicos de origen en el renacimiento. Individualmente, el contexto de la variación proporcional para representar las situaciones de variación que cobra especial relevancia por ser la única teoría matemática con la que se contaba en la Edad Media. Pero es en el contexto del estudio matemático del

movimiento donde se alcanza la construcción matemática de la variación, lo que configura el cálculo.

Esta breve e incompleta presentación histórica de la variación, hace necesario desmenuzar los conceptos, procedimientos y métodos que involucra la variación para poner en descubierto las interpelaciones entre ellos. Un primer alcance en la búsqueda de las interrelaciones permite identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación.

(Ministerio de Educación, 1998, p. 49)

Contexto para la evaluación. Hace una referencia sobre las finalidades de la evaluación y aclara que, los fines de la evaluación no deben solo ser la verificación y grado de apropiación de conocimientos, si no que a su vez se recogerá información pertinente al proceso de enseñanza aprendizaje.

Orientaciones para la evaluación. En este punto se indica lo que se debe buscar en las evaluaciones, lo que se debe valorar como el saber matemático las actitudes y los descubrimientos realizados por los estudiantes, la recolección de información buscando ajustes a largo y corto plazo en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Aunque la evaluación debería contener la adquisición de indagaciones, importa más el desarrollo de las competencias o estructuras de actuación que puedan ser señaladas como rasgos del desarrollo del pensamiento matemático en general, y lógico en particular, además de las actitudes de los alumnos. Con este punto de vista interesa ver los cambios de los alumnos desde sus estados iniciales del saber y actuación (evaluación diagnóstica), pasando por el análisis de los conductas y logros durante los métodos de enseñanza-aprendizaje (evaluación formativa) hasta llegar a

algún estado final transitorio (evaluación sumativa). En todos los casos la evaluación deberá ser consecutivo” (Ministerio de Educación, 1998, p. 84).

Elementos para la evaluación de logros formativos y cognitivos

En este punto se realiza un análisis de la información que nos puede brindar una evaluación que una respuesta de un alumno, aunque sea equivocada para el ambiente de estudio realizado puede ser verdadera o acertada para el ambiente cultural en el que se sitúa la persona evaluada, que el docente debe tener cuidado porque todas las respuestas no están equivocadas, pero debe determinar el contexto de las respuestas y socializarlas para el grupo cultural donde tienen validez.

Lectura de los indicadores de logros curriculares. Es la definición de lo que vamos a evaluar y observar en el alumno con respecto a una fiel descripción de lo que pretendemos observar en el alumno con respecto a la inmediatez de sus respuestas y la reflexión vista en la respuesta y así lograr determinar el nivel de conocimiento competencia logrado, sin dejar atrás el resto de la información encontrada con el fin de aclarar puntos no muy claros.

Los indicadores de logros presentados por un alumno desde una situación problema pueden dar a entender, para distintos observadores, suposiciones diferentes acerca del estado de algunos métodos en el desarrollo de un conocimiento básico salvo el caso en que dichos observadores tengan los mismos regímenes teóricos para estudiarlos. Esta interpretación dependerá en gran parte del énfasis particular sobre el cual conlleve la observación. Una vez identificados estos comportamientos particulares, la intención puede concentrarse en algunos tipos especiales de logros (Ministerio de Educación, 1998, p. 86).

Sobre los registros de evaluación – algunas reflexiones. En este apartado habla de lo mal que hace a la evaluación, la cuantificación, que se debería manejar una escala ordenada de criterios, secuenciales en la cuales el alumno se ubicara con respecto a su desempeño y así tener más claras sus futuras acciones con la finalidad de remediar, mejorar su actividad escolar, en el área de matemáticas.

La conformidad puede significar un buen punto de llegada, una aceptable, tanto para el estudiante como para los analistas externos, sobre los conocimientos y comportamientos mínimos que se consideren como indispensables en la cultura de todo alumno. El estado de suficiencia indicara, de la manera más fiable posible, aquellos saberes fundamentales e indispensables para la continuación de la secuencia de educación en el área de las matemáticas. Sólo que ellos se podrán lograr con tiempos diferentes, durante el proceso formativo, dentro de un programa curricular flexible y dinámico. (Ministerio de Educación, 1998, p. 91).

A manera de conclusión podemos decir que, los lineamientos curriculares no dan una especificación sobre el contenido a nivel temas, que debe tener un currículo en determinado grado, ya que sus ejes temáticos definen su campo de acción a la conformación de una propuesta de tipo metodológico, que en ningún momento involucra contenidos específicos.

Estándares curriculares

Los estándares curriculares son juicios que especifican lo que todos los alumnos de educación preescolar, básica y media deben ser capaces de hacer en una determinada área y grado. Se traducen en formas claras, universales, precisas y breves, que comunican lo que debe realizar y cuán bien debe hacerse. Están puestos a la comprobación; por lo tanto, también son concernientes para la estructuración de sistemas y técnicas de evaluación interna y externa, consistentes con las acciones educativas. (Ministerio de Educación Nacional 2003, p.7).

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

En este documento el ministerio de educación nacional tiene como finalidad el estímulo, desarrollo y generación de: actitudes, conceptos, practicas, habilidades y estrategias que le ayuden al estudiante a desenvolverse en un ambiente académico y social donde la actividad matemática está presente facilitando su inserción social.

Todo esto apoyado en el desarrollo secuencial de los conocimientos básicos:

(pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos) a través de los procesos matemáticos: (planteamiento y resolución de problemas, razonamiento matemático, comunicación matemática).

Mediante los cuales el ministerio de educación nacional fórmula para cada grado de educación, desde preescolar a educación media, las metas que deben ser logradas en cada ciclo, en ningún momento plantea el orden en que deben ser distribuidos estos conocimientos, pero si determina las fines para cada ciclo, con el fin de no agredir la libertad en la conformación del plan educativo institucional.

(Ministerio de Educación Nacional 2003)

Para los fines individuales de este trabajo vamos a nombrar los lineamientos desde el grado quinto hasta el grado noveno, para armar la secuencia que nos permita llegar a solucionar las ecuaciones cuadráticas o ecuaciones de segundo grado, en relación a los pensamientos y procesos que el alumno debe ser capaz de realizar y los conceptos involucrados.

Grado quinto. Al finalizar quinto grado el alumno abra desarrollado los siguientes pensamientos y procesos que le permitirán en grado noveno resolver la ecuación cuadrática.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

A) Investiga y comprende los números negativos y realiza sumas y restas con ellos.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- B) Comprende la recta numérica y puede ubicar en ella números enteros, fracciones, decimales, negativos y porcentajes.
- C) Multiplica y divide fracciones.
- D) Multiplica y divide decimales.
- E) Comprende y utiliza las razones y proporciones para representar relaciones cuantitativas.
- F) Eleva cualquier número al cuadrado o al cubo y comprende el concepto de raíz cuadrada y cúbica.
- G) Calcula las potencias de un número.
- H) Tiene habilidad para el cálculo mental.
- I) Utiliza la calculadora en forma creativa.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

- A) Identifica el plano cartesiano y sus componentes y lo utiliza para examinar propiedades de las figuras geométricas.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- A) Desarrolla, comprende y utiliza fórmulas para encontrar áreas de paralelogramos y triángulos.
- B) Maneja con fluidez las unidades métricas cuadradas (cm², m², etc.).
- C) Comprende el concepto de volumen y maneja las unidades métricas cúbicas (cm³, m³, etc.).

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

- A) Encuentra soluciones de una cantidad desconocida en una ecuación lineal sencilla (ejemplo: $7(x + 2) = 35$)

Procesos matemáticos

Planteamiento y resolución de problemas

- A) Extrae del enunciado de un problema la información pertinente y descarta la que no lo es.
- B) Descompone un problema en componentes más sencillos.
- C) Utiliza relaciones aditivas y multiplicativas para resolver situaciones problemáticas dentro y fuera del contexto de las matemáticas.

Razonamiento matemático

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- A) Verifica la validez lógica de los procedimientos utilizados en la solución de un problema.
- B) Comunicación matemática.
- C) Presenta los procedimientos y resultados de un problema de manera clara, sucinta y correcta. (Ministerio de Educación Nacional, 2003, p. 27)

Grado Sexto. Para el Ministerio de Educación Nacional sin importar el PEI que se establezca se deben garantizar unos estándares, solo se hará mención de los estándares fundamentales que hacen posible para grado noveno el aprendizaje la ecuación cuadrática.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- A) Realiza operaciones aritméticas de manera precisa y eficiente con números enteros, fraccionarios y decimales; utiliza la calculadora sólo para los casos más complejos.
 - B) Distingue entre números racionales e irracionales y da ejemplos de ambos.
 - C) Comprende el concepto de radicación y su relación con la potenciación.
 - D) Entiende el concepto de proporción, conoce sus partes y propiedades, y las aplica para resolver problemas prácticos de proporcionalidad.
 - E) Pensamiento variacional y sistemas algebraicos analíticos
 - A) Comprende el concepto de pareja ordenada. Procesos matemáticos
- Planteamiento y resolución de problemas
- A) Resuelve problemas no rutinarios, mediante la selección de conceptos y técnicas matemáticas apropiadas.

Comunicación matemática

- A) Utiliza el lenguaje de las matemáticas para comprender y explicar situaciones complejas. (Ministerio de Educación Nacional, 2003, p. 29)

Grado Séptimo. Para el Ministerio de Educación Nacional sin importar el PEI que se establezca se deben garantizar unos estándares, solo se hará mención de los estándares fundamentales en grado séptimo que hacen posible en grado noveno en el aprendizaje la ecuación cuadrática.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- A) Identifica la base y el exponente de una potencia y sus propiedades.
- B) Multiplica y divide potencias de la misma base.
- C) Explica por qué un número elevado al exponente cero es igual a uno.
- D) Interpreta las potencias con exponentes fraccionarios y negativos y realiza operaciones combinadas con ellas. (Ministerio de Educación Nacional, 2003, p. 30)

Procesos Matemáticos

Comunicación matemática

- A) Utiliza lenguaje, notación y símbolos matemáticos para presentar, modelar y analizar alguna situación problemática. (Ministerio de Educación Nacional, 2003, p. 31)

Grado Octavo. Para el Ministerio de Educación Nacional sin importar el PEI que se establezca se deben garantizar unos estándares, solo se hará mención de los estándares fundamentales en grado octavo que hacen posible para grado noveno el aprendizaje la ecuación cuadrática.

El pensamiento numérico y sistemas numéricos

- A) Reconoce las propiedades de los números irracionales.
- B) Comprende el significado y las propiedades de la recta real.

Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

- A) Reconoce una expresión algebraica, las variables y términos que la componen.
- B) Distingue entre las diferentes clases de expresiones algebraicas (rationales, irracionales, enteras, fraccionarias, etc.).
- C) Dados valores para las variables de una expresión algebraica, halla el valor de ésta. • Reconoce un monomio y el grado de éste.
- D) Halla sumas, diferencias, productos, cocientes y potencias de un monomio. • Reconoce un polinomio y sus partes.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- E) Halla la suma y diferencia de dos polinomios, y conoce y comprende las propiedades de la adición y la sustracción de polinomios.
- F) Halla el producto de dos polinomios y recuerda con facilidad los productos notables.
- G) Construye y utiliza el triángulo de Pascal para calcular las potencias de un binomio cualquiera.
- H) Halla el cociente de dos polinomios y recuerda y aplica los cocientes notables.
- I) Conoce, comprueba y aplica el teorema del residuo.
- J) Desarrolla técnicas para factorizar polinomios, en particular, la diferencia de dos cuadrados, la suma y diferencia de potencias impares, los trinomios cuadrados perfectos y otros trinomios factorizables.
- K) Reconoce una fracción algebraica como el cociente indicado de dos polinomios.
- L) Suma, resta, multiplica, divide y simplifica fracciones algebraicas.
- M) Distingue entre una ecuación y una identidad algebraica.
- N) Clasifica las ecuaciones de acuerdo con su grado y número de variables.
- O) Halla la solución a cualquier ecuación de primer grado en una variable.
- P) Reconoce una inecuación de primer grado en una variable, halla su solución y la representa en la recta real.
- Q) Encuentra dos o más soluciones de una ecuación de primer grado en dos variables y las utiliza para representar la ecuación en el plano cartesiano mediante una línea recta.
- R) Encuentra la solución de una inecuación lineal y la representa en la recta real.
- S) Utiliza una calculadora científica, de manera creativa, para evaluar expresiones algebraicas y fórmulas, resolver ecuaciones e inecuaciones y, en general, para facilitar el trabajo computacional.

Procesos matemáticos

Planteamiento y resolución de problemas

- A) Traduce problemas del lenguaje común al algebraico y los resuelve satisfactoriamente.
- B) Idea un plan para resolver un problema y lo lleva a cabo con éxito.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Razonamiento matemático

A) Presenta demostraciones directas o indirectas de proposiciones matemáticas significativas.

Comunicación matemática

A) Expone ante una audiencia, de manera convincente y completa, argumentos matemáticos.

Grado Noveno. Es hasta aquí donde venimos haciendo el seguimiento de los estándares fundamentales que permitirán a los alumnos que este cursando el grado noveno aprender la ecuación cuadrática.

Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

A) Dados dos conjuntos, A y B, reconoce como una relación entre A y B a cualquier subconjunto del producto cartesiano de A y B.

B) Reconoce el dominio y rango de una relación.

C) Da ejemplos de relaciones entre conjuntos de números y objetos.

D) Reconoce cuando una relación entre dos conjuntos es una función.

E) Proporciona ejemplos de funciones entre conjuntos de números reales y, si es el caso, las expresa mediante una fórmula.

F) Reconoce una función lineal, construye su gráfica en el plano cartesiano y halla sus principales atributos (pendiente, intersecciones con los ejes, etc.).

G) Dada una recta en el plano cartesiano, halla su ecuación.

H) Dados dos puntos en el plano cartesiano, encuentra la ecuación de la recta que pasa por ellos.

I) Dada la pendiente de una recta y un punto que pasa por ella, deduce la ecuación de la recta que pasa por ella.

J) Reconoce una función cuadrática, construye su gráfica en el plano cartesiano, describe sus principales características e identifica sus componentes principales.

K) Deduce los criterios para determinar si una ecuación cuadrática tiene o no soluciones reales y, en caso afirmativo, los métodos para hallarla(s).

L) Reconoce los números complejos como raíces no reales de una función cuadrática, y desarrolla y comprende sus propiedades.

M) Identifica fenómenos en la física, la ingeniería, la economía u otras ciencias que pueden modelarse mediante funciones y ecuaciones cuadráticas.

(Ministerio de Educación Nacional, 2003, p. 36)

Derechos Básicos de aprendizaje DBA

Se hace mención que los DBA, no son una propuesta curricular, ni un listado de contenidos, como dice Ministerio de educación (2016): “son un contiguo de aprendizajes estructurantes que han de ilustrarse los alumnos en cada uno de los grados de instrucción escolar, desde grado cero hasta undécimo” (p. 5), que están articulados con los (LC) lineamientos curriculares, con los estándares Básicos de competencias (EBC) y buscan que se alcancen estos últimos para cada grado. Que pueden ser movidos grado a grado según el PEI de cada institución en función con los procesos de aprendizaje de los alumnos.

Se hacen menciones de las características de un currículo estructurante

- A) Que articule estructurantes durante el año
- B) Que realice desarrollo secuencial de conocimientos año a año.
- C) Que se tome como pertinente en planeaciones de área y aula, que preferiblemente involucren DBA de un grado y varias áreas para su desarrollo en el año.
- D) Que los DBA son un grupo de aprendizajes inter relacionados no un listado de contenidos

Que los DBA están compuestos por tres partes fundamentales (Enunciado, Las evidencias de aprendizaje y el ejemplo).

Para los fines individuales de este trabajo vamos a nombrar los “Derechos Básicos de Aprendizaje, DBA desde el grado quinto a el grado noveno, para armar la secuencia que nos permita llegar a solucionar las ecuaciones cuadráticas o ecuaciones de segundo grado, en relación a los pensamientos y procesos que el alumno debe ser capaz de realizar y los conceptos involucrados.

DBA Grado Quinto.

A) Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación (Ministerio de educación, 2017, p. 37).

B) El uso y la familiarización con el plano cartesiano ayudara al estudiante en un futuro a resolver ecuaciones cuadráticas y en quinto como lo propone el Ministerio de educación (2017): “soluciona y plantea situaciones en las cuales es necesario representar y ubicar la ubicación y el camino de un elemento con referencia al plano cartesiano” (p. 41).

C) Que el estudiante experimente explore y encuentre espacios para desarrollar su pensamiento como lo propone el Ministerio de Educación (2017)”utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas” (p. 42).

BDA Grado sexto

A) Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Identifica y propone algunas relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para sustentar procesos) (Ministerio de educación, 2017, p. 45).

B) Ministerio de educación (2017) propone: “Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas” (p. 45).

C) Ministerio de educación (2017) propone: “Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico” (p. 48).

D) Ministerio de educación (2017) propone: “opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas” (p. 50)

DBA Grado séptimo

A) Ministerio de educación (2017) propone: “comprende y resuelve problemas, que involucren los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares” (p. 53).

B) Ministerio de educación (2017) dice: “describe y utiliza diversos algoritmos, académicos y no académicos, al realizar relaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los usa con congruencia en el procedimiento de problemas” (p. 53).

C) Ministerio de educación (2017) propone: “utiliza diferentes relaciones, operaciones y representaciones en los números racionales para argumentar y solucionar problemas en los que aparecen cantidades desconocidas” (p. 54)

D) Ministerio de educación (2017) dice: “representa en el plano cartesiano la variación de magnitudes (áreas y perímetro) y con base en la variación explica el comportamiento de situaciones y fenómenos de la vida diaria” (p. 56).

E) Ministerio de educación (2017) propone: “plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.” (p. 56)

DBA Grado octavo

A) Ministerio de educación (2017) dice: “reconoce la existencia de los números irracionales como números no racionales y los describe de acuerdo con sus características y propiedades” (p. 59)

B) Ministerio de educación (2017) propone: “reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones” (p. 60).

C) Ministerio de educación (2017) dice: “identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación” (p. 63).

D) Ministerio de educación (2017) dice: “propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos” (p. 63).

E) Ministerio de educación (2017) dice: “propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.)” (p. 64).

DBA Grado noveno

A) Ministerio de educación (2017) dice: “utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas” (p. 66).

B) Ministerio de educación (2017) dice: “propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones” (p. 66).

C) Ministerio de educación (2017) propone: “utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación” (p. 70)

D) Ministerio de educación (2017) dice: “hace uso de procedimientos de tipo inductivo y del lenguaje simbólico o algebraico para proponer y resolver presunciones en la solución de ejercicios numéricos, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y escolares” (p. 71).

Aspectos Metodológicos

Los aspectos metodológicos de este trabajo lo definen las características principales de la monografía, que es un documento de carácter exploratorio porque, aunque el tema es conocido y un poco estudiado los resultados nos aproximarán a dimensionar bien el problema. Descriptivo en el sentido que analiza la parte del currículo y las propuestas gubernamentales y como construye un camino secuencial hacia el aprendizaje de la ecuación cuadrática y la parte propia del desarrollo matemático de la ecuación cuadrática o de segundo grado, en donde se identifican los conocimientos previos que hacen posible su aprendizaje.

Lo primero fue la identificación del tema, la ecuación cuadrática me pareció un buen tema, ya que en esta temática convergen muchos conocimientos ilustrados a los estudiantes a través de años de vida escolar y me pareció atractivo indagar sobre los conocimientos que se articulan y hacen posible su aprendizaje y el por qué depende tanto de los conocimientos previos y no se puede aprender de la nada.

El análisis del tema se llevó a cabo desde dos dimensiones la primera desde la curricular donde toda la documentación recolectada por vía internet, Google scholar, repositorios de diferentes universidades, principalmente, me brindó un enfoque desde lo pedagógico y en su segunda dimensión desde el desarrollo de los ejercicios, buscando discriminar uno a uno los conceptos que hacen posible el aprendizaje de la ecuación cuadrática apoyado en libros como el álgebra del Baldor por su acceso fácil y la red y los diferentes repositorios para efectuar correctamente procedimientos y utilizar los términos más adecuados y en contexto.

Después la lectura y evaluación de diferentes documentos gubernamentales como los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional del año 1998, Los Estándares Curriculares del 2002 los DBA, los diferentes análisis al currículo de matemáticas del señor Luis Rico y documentación en general de la construcción del conocimiento matemático entre los más principales.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Luego la implementación de un plan de trabajo, la organización de la información, toda la información estaba almacenada en el ordenador, pero yo tenía una lista con el nombre del archivo, su título, autor y tema para facilitar la búsqueda y la jerarquización de la información para la realización del trabajo y su redacción final que se realizaba a la sombra de las normas APA para evitar inconvenientes con derechos de autor y plagio.

Resultados y Hallazgos

Comparación y análisis de las propuestas curriculares

Para este apartado vamos a comparar analizar los contenidos de las mayas curriculares, que intervienen en el desarrollo de la ecuación cuadrática, de quinto grado hasta noveno de la editorial Santillana, la editorial encargada de los libros de texto del MEN (ediciones SM) y el sitio web MATH-ONLY.

Comparación y análisis para grado quinto

Tabla 8

Comparación de contenidos para grado quinto

Contenidos Grado Quinto		
Santillana	Ediciones SM	MATH ONLY
• Multiplicaciones y divisiones por 10,100,1.000,	•Descomposición de números.	• Suma de números enteros.
• Sumas y restas con números naturales.	•Operaciones combinadas.	• Problemas verbales de suma y resta de números enteros
Propiedades conmutativa y asociativa para sumar.	•Potenciación y radicación de números naturales.	• Resta de números enteros.
• Multiplicaciones y divisiones con números naturales.	•Números primos y números compuestos.	• Multiplicación de números enteros.
• Significado de los términos de la división entera y su relación.	•Mínimo común múltiplo y máximo común divisor	• Propiedades de la multiplicación.
• Propiedades de la multiplicación y la división.	•Fracción como medida	• Multiplicación por diez, cien mil
		• División de números enteros.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

• Algoritmos de la multiplicación y la división con números naturales.	• Fracción como parte-todo y como operador	• Propiedades de la división.
• Problemas con las cuatro operaciones.	• Fracciones en la semirrecta numérica.	• Problemas verbales de multiplicación y división de números enteros
• Múltiplos y divisores.	• Adición y sustracción de fracciones.	• Estimación en operaciones con números
• Reglas de divisibilidad sencillas.	• Multiplicación y división de fracciones.	• Hoja de trabajo sobre suma y resta de números grandes
• Descomposición en factores.	• Representación decimal de fracciones.	• Hoja de trabajo sobre problemas verbales sobre multiplicación de números enteros
• Mínimo común múltiplo. Máximo común divisor	• Decimales en la semirrecta numérica.	• Hoja de trabajo sobre multiplicación y división de números grandes
• Fracciones para partir y repartir.	• Adición y sustracción de números decimales.	• Hoja de trabajo sobre operaciones con números enteros
• Fracciones equivalentes.	• Multiplicación de números decimales.	• enteros
• Comparación de fracciones.	• División de números decimales.	• Representación de números enteros en una recta numérica.
• Ubicación de fracciones en la recta numérica.		
• Sumas y restas con fracciones en forma mental.		
• Números mixtos.		
• Fracciones y números decimales.		

<ul style="list-style-type: none"> • Comparación y representación de decimales en la recta numérica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Suma de números enteros en una recta numérica.
<ul style="list-style-type: none"> • Sumas y restas con números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Suma de enteros
<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicaciones y divisiones con números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reglas para sumar enteros.
<ul style="list-style-type: none"> • Coordenadas de posición. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resta de enteros
	<ul style="list-style-type: none"> • Reglas para restar enteros.
	<ul style="list-style-type: none"> • La multiplicación es suma repetida.
	<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación de un número entero por una fracción
	<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación de un número fraccionario por un número entero.
	<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación de una fracción por fracción.
	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades de la multiplicación de números fraccionarios.
	<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación inversa.

-
- Problemas de multiplicación de números fraccionarios
 - División de una fracción por un número entero.
 - División de un número fraccionario.
 - División de un número entero por una fracción.
 - Propiedades de la división fraccionada.
 - Problemas de división de números fraccionarios
 - Simplificación de fracciones.
 - Problemas verbales sobre fracciones.
 - Decimal.
 - Décimo lugar en decimales
 - Lugar de centésimas en decimales
-

-
- Lugar de las milésimas en decimales
 - Números enteros y decimales
 - Gráfico de valor posicional decimal.
 - Forma ampliada de fracciones decimales
 - Como fracciones decimales.
 - A diferencia de la fracción decimal.
 - Fracciones decimales equivalentes.
 - Cambio de fracciones decimales diferentes a iguales.
 - Ordenar decimales
 - Comparación de fracciones decimales.
 - Conversión de una fracción decimal en un número fraccionario.
 - Conversión de fracciones a decimales.
-

-
- Suma de fracciones decimales.
 - Problemas de suma de fracciones decimales
 - Resta de fracciones decimales.
 - Problemas de resta de fracciones decimales
 - Multiplicación de números decimales.
 - Multiplicación de un decimal por 10, 100, 1000
 - Multiplicación de un decimal por un decimal.
 - Propiedades de la multiplicación de números decimales.
 - Problemas de multiplicación de fracciones decimales
 - División de un decimal por un número entero.
 - División de fracciones decimales
-

-
- División de fracciones decimales por múltiplos.
 - División de un decimal por un decimal.
 - División de un número entero por un decimal.
 - Propiedades de la división de números decimales
 - Problemas de división de fracciones decimales
 - Conversión de fracción a fracción decimal.
 - Simplificación en decimales.
 - Problemas verbales en decimal.
 - Simplificación de expresiones numéricas
 - Expresiones numéricas que involucran números enteros
-

-
- Expresiones

numéricas que involucran

números fraccionarios

- Expresiones

numéricas que involucran

números decimales

Factores.

- Factores

comunes.

- Factores

primos.

- Factores

primos repetidos.

- Factor común

más alto (HCF).

- Ejemplos de

factor común más alto (HCF).

- Máximo común

divisor (MCD).

- Ejemplos de

máximo común divisor (MCD).

- Factorización

Prime.

- Para encontrar

el factor común más alto

mediante el método de factorización prima.

- Ejemplos para encontrar el factor común más alto mediante el método de factorización prima.

- Para encontrar el factor común más alto mediante el método de división.

- Ejemplos para encontrar el factor común más alto de dos números usando el método de división.

- Para encontrar el factor común más alto de tres números mediante el método de división.

- Múltiplos.

- Mínimo común múltiplo.

- Para encontrar el mínimo común múltiplo mediante el método de factorización prima.

- Ejemplos para hallar el mínimo común

múltiplo mediante el método de factorización prima.

- Para encontrar el múltiplo común más bajo mediante el método de división

- Ejemplos para encontrar el mínimo común múltiplo de dos números utilizando el método de división.

- Ejemplos para encontrar el mínimo común múltiplo de tres números usando el método de división.

Nota Tabla 8 Comparación de contenidos para grado quinto

Los contenidos curriculares expuestos en la anterior tabla, son contenidos que se relacionan en grado noveno con la resolución de la ecuación cuadrática, La editorial Santillana maneja dos módulos por año y en esta lista se relacionan los conceptos involucrados en la ecuación cuadrática, en esta propuesta de Santillana se tiene en cuenta un nutrido grupo de aprendizajes, pero al mismo tiempo propone unos tiempos para el abordaje de cada tema.

Para ediciones SM el contenido curricular puede ser un poco escaso y muy superficial y a veces es bueno que los profesores puedan descartar temas y que no les haga falta en la propuesta temas que puedan ser importantes, en la propuesta se evidencia la retoma de conceptos anteriores como la suma y la resta en el grupo de los naturales de una forma más compleja de la que se pudo haber manejado en años anteriores.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

La propuesta del sitio web Math-Only para grado quinto, presenta una compilación de conceptos muy grande, personalmente pienso que son los temas que un niño puede adquirir en este grado, pero abordar cada tema de los propuestos representa un tiempo que no se alcanza en el año curricular normal, la lista de temas es muy larga por lo discriminada que esta, ya que aquí se presentan como temas y algunos de estos puede ser abordada en las otras propuestas como subtemas y aparecer en el desarrollo de un tema principal, me gustaría más para consulta, que como propuesta curricular.

Comparación y análisis para grado sexto**Tabla 9**

Comparación de contenidos para grado sexto

Contenidos Grado Sexto		
Santillana	Ediciones SM	MATH ONLY
<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación y división entera con números naturales. • Propiedades. Significados y propiedades de los componentes de la división entera. • Resolución de problemas mediante cálculos combinados con las cuatro operaciones básicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Adición y sustracción de números naturales. • Multiplicación y división de números naturales. • Potenciación, radicación y logaritmación de números naturales. • Múltiplos y divisores de un número. 	<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones decimales con 10 como denominador • Enteros y la recta numérica • Ordenar enteros • Uso de enteros como números dirigidos • Sumar enteros • Propiedades de sumar enteros • Restar enteros

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

<ul style="list-style-type: none"> •Cuadrados, cubos y otras potencias. •Raíces cuadradas y cúbicas. Cálculos combinados con las seis operaciones. •Reconocer múltiplos y divisores de un número. •Descomponer en forma multiplicativa un número. •Reconocer múltiplos comunes y divisores comunes. •Comprender el uso de las fracciones en distintos contextos. •Reconocer distintas fracciones que representan la misma cantidad. • Obtener fracciones de una cantidad. Comparar fracciones. • Ubicar fracciones en la recta numérica. 	<ul style="list-style-type: none"> •Criterios de divisibilidad. •Números primos y números compuestos. •Máximo común divisor. •Mínimo Común múltiplo. •Adición y sustracción de fracciones. •Multiplicación y División de fracciones. •Fracciones y números decimales. •Conversiones entre fracciones y decimales. •Operaciones con números decimales. •Números enteros. •Números enteros en la recta numérica. •Valor absoluto de un número entero. •Igualdades, ecuaciones e inecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> •Propiedades de restar enteros •Multiplicar enteros •Propiedades de multiplicar enteros •Dividir enteros •Propiedades de dividir enteros •Representaciones de fracciones en una recta numérica •Fracción como división •Tipos de fracciones •Conversión de fracciones mixtas en fracciones impropias •Conversión de fracciones impropias en fracciones mixtas •Fracciones equivalentes •Suma y resta de fracciones semejantes
---	--	--

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

<ul style="list-style-type: none"> • Realizar cálculos y resolver situaciones que requieran sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones. • Resolver situaciones que involucren números decimales en los contextos del dinero y la medida, o en forma descontextualizada. • Relacionar números decimales con fracciones decimales. • Comparar y ordenar decimales. • Sumar y restar números decimales. • Multiplicar y dividir decimales por la unidad seguida de ceros. • Multiplicar decimales. Estimar productos. • Dividir un número decimal por uno natural. 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas con ecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Suma y resta de fracciones diferentes • Insertar una fracción entre dos fracciones dadas • Recta numérica • Comparar dos números usando una recta numérica • Números naturales, números enteros y enteros en rectas numéricas • Suma de números usando la recta numérica • Resta de números usando la recta numérica • Suma de números sin usar la recta numérica • Resta de números sin usar la recta numérica • Representar fracciones en la recta numérica
--	---	--

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

<ul style="list-style-type: none"> • Realizar divisiones con divisor decimal. • Hallar el cociente decimal entre números naturales y reconocer expresiones periódicas. 		<ul style="list-style-type: none"> • Representar decimales en la recta numérica. • Números literales Adición de literales • Resta de literales • Multiplicación de literales • Propiedades de la multiplicación de literales • División de literales • Potencias de los números literales • Términos similares • Adición de términos similares • Resta de términos similares • Sumar y restar términos semejantes • Términos diferentes • Adición de términos distintos
--	--	---

		<ul style="list-style-type: none"> • Resta de términos diferentes • Términos de una expresión algebraica • Tipos de expresiones algebraicas • Grado de un polinomio • Adición de polinomios • Resta de polinomios • Poder de las cantidades literales • Multiplicación de dos monomios • Multiplicación de polinomio por monomio • Multiplicación de dos binomios • División de monomios
--	--	---

Nota. Tabla 9 comparación de los contenidos curriculares para grado sexto.

Para los contenidos expuestos en línea, por la editorial Santillana, y teniendo en cuenta las recomendaciones del ministerio a través de los (LC), se evidencia un faltante a nivel curricular como lo es las operaciones con números enteros y ecuaciones e

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

inecuaciones, que hasta el momento no son evidenciables y su importancia si es grande, el resto de la propuesta puede ser acertada de no ser por el faltante de los números enteros y ecuaciones e inecuaciones.

Para los libros de texto del (MEN) la propuesta es completa solo faltaría un poco de profundización que la puede dar el maestro en la medida que sus alumnos sean capaces de abarcar los mínimos del texto y se pueda profundizar un poco.

La propuesta del sitio web Math-only es muy completa, es larga en el sentido que vienen muy discriminados los temas y los subtemas, para mi concepto personal hay dos detalles para su ajuste, el primero es que ni el año anterior ni en este se empieza a ilustrar nada de ecuaciones inecuaciones y valor absoluto y que para hacer más corta y más abarcable el contenido se debería sacar todo lo concerniente al algebra ya que por edad es más viable impartir este tema como lo recomienda el MEN, en los LC y los DBA en grado octavo.

Comparación y análisis para grado séptimo

Tabla 10

Comparación de contenidos para grado séptimo

Contenidos Grado Séptimo		
Santillana	Ediciones SM	MATH ONLY
•Numeración y operaciones con números naturales •Problemas multiplicativos con números naturales •Jerarquía de las operaciones.	• Números enteros • Valor absoluto de un número. • Orden en los números enteros. •Adición de números enteros	• Pares ordenados •Números enteros. Multiplicación de enteros •Propiedades de la multiplicación de enteros

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

• Composición y descomposición de números y su relación con las operaciones.	• Sustracción de números enteros.	• Ejemplos de multiplicación de números enteros
• Lectura, escritura y orden de números naturales. • Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Problemas que involucran la división.	• Multiplicación de números enteros	• División de enteros
• Análisis del resto.	• División exacta de números enteros.	• Valor absoluto de un entero
• Análisis del valor posicional. • Cálculos mentales que involucran potencias de 10.	• Operaciones combinadas de números enteros.	• Propiedades de la división de enteros
• Fracciones y división entera en problemas de reparto.	• Números racionales	• Fracciones
• Equivalencia.	• Expresión decimal de los números racionales	• Tipos de fracciones
• Fracción como parte de un entero.	• Fracción correspondiente a una expresión decimal.	• Fracciones equivalentes
• Comparación de fracciones. • Fracciones en la recta numérica.	• Números racionales en la recta numérica.	• Conversión de fracciones
• Cálculos con fracciones. • Fracciones,	• Sistema de coordenadas cartesianas	• Suma y resta de fracciones
	• Adición de números racionales.	• Multiplicación de fracciones
	• Sustracción de números racionales.	• División de fracciones
		Sumar
		• Sumar decimales
		• Restar decimales
		• Multiplicar un decimal por un entero.

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

razones, proporciones y	• Multiplicación y	• Multiplicar decimal
porcentaje. • Multiplicación	división de números	por un numero decimal
con fracciones y entre	racionales.	• Dividir decimal por
fracciones. • División con	• Ecuaciones con	un entero.
fracciones y entre	estructura multiplicativa en	• Dividir decimal por
fracciones.	los números enteros.	decimal.
	• Ecuaciones con	• Convertir
	números racionales.	decimales en fracciones.
	• Inecuaciones	• Convertir
	• Funciones	Fracciones en decimales.
	• Análisis de	• Identidades
	graficas	Algebraicas.
	• Movimientos en el	• Ecuación.
	plano.	• ¿Qué es una
		ecuación?
		• ¿Qué es una
		ecuación lineal?
		• ¿Cómo resolver
		ecuaciones lineales?
		• Resolver
		ecuaciones lineales
		• Problemas de
		ecuaciones lineales en
		una variable
		• Inecuaciones
		• ¿Qué es la
		desigualdad lineal?

-
- ¿Qué son las inecuaciones lineales?
 - Propiedades de la desigualdad o desigualdades
 - Representación del conjunto de soluciones de una desigualdad
 - Prueba de práctica sobre desigualdad lineal
 - Gráfico de coordenadas
 - Par ordenado de un sistema de coordenadas
 - Coordenadas de un punto
 - Los cuatro cuadrantes
 - Signos de coordenadas
 - Encontrar las coordenadas de un punto

Nota. Tabla 10 Comparación de los contenidos curriculares para grado séptimo

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Para el grado séptimo en Santillana a nivel de los temas que se necesitan para aprender ecuación cuadrática en grado noveno y según recomendaciones del (MEN) en los (LC) y (DBA), en la propuesta curricular que se puede observar en línea no hay mucha claridad en el manejo de números enteros y sus operaciones, para este curso los números racionales y no ha aparecido nada de ecuaciones, no se sabe si estos vacíos, son dejados intencionalmente para no guiar a otras editoriales.

Para la editorial de los libros de texto del (MEN) SM, para efectos de este trabajo cae muy bien el contenido curricular para este año, ya que presenta un capítulo de números enteros, otro capítulo con números racionales y se presenta un apartado con ecuaciones e inecuaciones, trazando un buen camino hacia el futuro aprendizaje de la ecuación cuadrática.

Para Math-Only es buena la propuesta, pero está muy cargada y obliga al maestro que quiera guiarse sobre esta propuesta a trabajar en buscar los temas fundamentales, ya que no se dispone de todo el tiempo para trabajar tan abultado cumulo de contenido, sin tener en cuenta la parte de geometría y estadística que es igual de grande.

Comparación y análisis para grado octavo

Tabla 11

Comparación de contenidos para grado octavo

Contenidos Grado Octavo		
Santillana	Ediciones SM	MATH ONLY
•Conjunto de los números irracionales	•Números racionales.	•Relaciones y mapeo
• Aproximación y estimación de números irracionales	•Expresión Decimal de un número racional.	•Par ordenado Funciones o mapeo
		Raíz cúbica
		• Números racionales
		•Introducción de números racionales
		• ¿Qué son los números racionales?

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

• Números irracionales en la recta numérica	• Números racionales en la recta numérica.	• ¿Es todo número racional un número natural?
• Conjunto de los números reales	• Números Irracionales.	• ¿Es el cero un número racional?
• Relaciones de orden y ubicación en la recta numérica	• Números reales	• ¿Es todo número racional un entero?
Operaciones con números reales	• Expresiones algebraicas.	• ¿Todo número racional es una fracción?
• Adición y sustracción	• Polinomios	• Número Racional Positivo
• Multiplicación	• Adición y sustracción de polinomios.	• Número racional negativo
• División	• Multiplicación de polinomios.	• Números racionales equivalentes
• Concepto de potenciación	• Productos	• Representación de números racionales en la recta numérica
• Multiplicación de potencias de igual base	• Divisiones de polinomios.	• Números racionales en la recta numérica
• Multiplicación de potencias de igual exponente	• Regla de Ruffini.	• Suma de número racional con el mismo denominador
• División de potencias de igual base	• Factorización de polinomios.	• Suma de número racional con denominador diferente
• División de potencias de igual exponente	• Cocientes notables.	• Suma de números racionales
	• Adición y sustracción de fracciones algebraicas.	• Propiedades de la suma de números racionales
		• Resta de un número racional con el mismo denominador
		• Resta de números racionales con diferente denominador
		• Resta de números racionales
		• Multiplicación de números racionales
		• Producto de números racionales
		• Propiedades de la multiplicación de números racionales
		• División de números racionales
		• Exponentes
		• Leyes de exponentes
		• Exponente racional

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

• Potencia de una potencia	• Multiplicación y División de fracciones algebraicas.	• Exponentes integrales de números racionales
• Potencias de exponentes 1 y 0	• Ecuaciones.	• Cuadrado
• Radicación y combinación de operaciones	• Ecuaciones de primer grado.	• Cuadrado perfecto o número cuadrado
• Conceptos iniciales sobre radicación	• Problemas con ecuaciones de primer grado.	• Raíz cuadrada
• Raíz de una multiplicación • Raíz de una división	• Funciones.	• Expresión algebraica
• Potencia de una raíz	• Función Lineal.	• Suma de expresiones algebraicas
• Raíz de una raíz	Proporcionalidad directa.	• Resta de expresiones algebraicas
• Simplificación de radicales • Combinación de operaciones		• Multiplicación de expresión algebraica
• Adición y sustracción de expresiones algebraicas		• División de expresiones algebraicas
• Monomios semejantes y su reducción		• Factorización
• Adición y sustracción de polinomios.		• Factores de expresiones algebraicas
		• El monomio es un factor común
		• Factorización cuando el monomio es común
		• Binomial es un factor común
		• Factorización cuando Binomial es común
		• Factorización por agrupación
		• Factorizar agrupando los términos
		• Términos de factorización por agrupación
		• Factorización por reagrupamiento
		• Factorizar reagrupando los términos
		• Factorizar términos por reagrupación
		• Factorización mediante el uso de identidades
		• Factorización del cuadrado perfecto
		• Factorización de trinomios cuadrados perfectos
		• Diferencia de dos cuadrados

<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación y división de expresiones algebraicas • Multiplicación de monomios • División de monomios • Multiplicación de polinomios • División de polinomio entre monomio • División de polinomios • División sintética de polinomios • Más operaciones con expresiones algebraicas • Potenciación • Radicación • Combinación de operaciones. • Productos notables • Primer y segundo producto notable 	<ul style="list-style-type: none"> • Factorizar diferencias de cuadrados • Factorizar la diferencia de dos cuadrados • Evaluar la diferencia de dos cuadrados • Factorizar el trinomio $x^2 + px + q$ • Factorizar el Trinomio $ax^2 + bx + c$ • Factorización de trinomios cuadráticos • Simplificación de fracciones algebraicas Fracciones algebraicas • Suma y diferencia de fracciones algebraicas • Problemas con fracciones algebraicas • Resolver fracciones algebraicas • Multiplicación de fracciones algebraicas • División de fracciones algebraicas ¿Qué es una ecuación? ¿Qué es una ecuación lineal? ¿Cómo resolver ecuaciones lineales? Resolver ecuaciones lineales Problemas de ecuaciones lineales en una variable Problemas verbales sobre ecuaciones lineales en una variable Prueba de práctica de ecuaciones lineales Prueba de práctica sobre problemas verbales de ecuaciones lineales • Ecuaciones lineales simultáneas • Ecuaciones lineales simultáneas • Método de comparación
--	---

cuadrado de un binomio	<ul style="list-style-type: none"> • Método de eliminación • Inecuaciones lineales • ¿Qué son las inecuaciones lineales?
<ul style="list-style-type: none"> • Tercer producto notable producto de la suma por la diferencia de un binomio 	Hoja de trabajo sobre inecuaciones lineales Ecuaciones cuadráticas.
<ul style="list-style-type: none"> • Cuarto producto notable: producto de binomios con un término común 	
<ul style="list-style-type: none"> • Productos notables cúbicos 144 	
<ul style="list-style-type: none"> • Ecuaciones lineales 	
<ul style="list-style-type: none"> • Lenguaje algebraico 	
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto, términos y grado de una ecuación 	
<ul style="list-style-type: none"> • Solución de una ecuación 	
<ul style="list-style-type: none"> • Ecuaciones de la forma $x \pm a = b$ 	
<ul style="list-style-type: none"> • Ecuaciones de la forma $ax = b$ 	
<ul style="list-style-type: none"> • Ecuaciones de la forma $ax \pm b = cx \pm d$ 	

Nota. Tabla 11 Comparación de los contenidos curriculares para grado octavo.

La editorial Santillana en vista que en el sitio web de la editorial aparecía información un poco dudosa encontré el libro de matemáticas de octavo Puentes del saber de Santillana y en verdad mejoro muchísimo, se encontró de todo y con lo visto en este libro ya se tienen todas las herramientas para ver ecuación cuadrática.

Para los libros de texto del MEN la editorial SM tiene una propuesta secuencial con lo visto el año inmediatamente anterior, en la cual el alumno completa la adquisición de conocimientos que le permitirán aprender la ecuación cuadrática en el año siguiente.

Como ha sido constante la propuesta curricular del sitio web Math-only se destaca por lo robusta que es, tiene discriminado muy bien todas las posibilidades y temas que se puedan derivar de otros, es complejo ver que la propuesta para cada grado abarcaría, dos años aproximadamente y eso teniendo en cuenta que solo estamos relacionando los conocimientos previos para la ecuación cuadrática o de segundo grado, y no se están teniendo en cuenta ramas de la matemática como geometría y estadística y algo de matemática financiera que también está involucrada dentro de esta propuesta curricular.

Comparación y análisis para grado Noveno

Tabla 12

Comparación de contenidos para grado noveno

Contenidos Grado Noveno		
Santillana	Ediciones SM	MATH ONLY
• Números complejos.	•Números racionales y números	• Números racionales
• Números imaginarios.	irracionales.	•Representación decimal de números
• Conjunto de los números complejos.	•La recta real.	racionales

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

• Puntos en el	• Operaciones con	• Números
plano complejo.	números reales.	racionales en decimales
• Concepto de	• Potencias con	terminales y no terminales
factorización.	exponente entero.	• Decimales
• Método del factor	• Radicales.	recurrentes como
común.	• Logaritmo de un	números racionales
• Método de	número real.	• Leyes del álgebra
agrupación.	• Ecuación de la	para números racionales
• Factorización de	recta.	• Comparación
trinomios cuadrados	• Sistemas de	entre dos números
perfectos.	ecuaciones lineales.	racionales
• Factorización de	• Resolución de	• Números
una diferencia de	sistemas por el método	racionales entre dos
cuadrados.	gráfico.	números racionales
• Factorización de	• Resolución de	desiguales
sumas y diferencias de	sistemas por el método de	• Representación
cubos.	sustitución	de números racionales en
• Factorización de	• Función	la recta numérica
cuadrinomios cubos	cuadrática.	• Problemas con
perfectos.	• Representación	números racionales como
• Factorización de	gráfica.	números decimales
trinomios de la forma $x^2 +$	• Obtención de	• Problemas
$bx + c$	ceros de una función	basados en decimales
• Factorización de	cuadrática.	recurrentes como
trinomios de la forma ax^2		números racionales
$+ bx + c$		

<ul style="list-style-type: none"> • Máximo común divisor de expresiones algebraicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas de comparación entre números racionales
<ul style="list-style-type: none"> • Mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas. 78 • 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas de representación de números racionales en la recta numérica
Fracciones algebraicas racionales e irracionales.	• Números irracionales
<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones algebraicas equivalentes. 	Definición de números irracionales
<ul style="list-style-type: none"> • Simplificación. 	• Representación decimal del número irracional
<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones algebraicas homogéneas y heterogéneas. 	• Representación de números irracionales en la recta numérica
<ul style="list-style-type: none"> • Adición y sustracción de fracciones algebraicas. 	• Comparación entre dos números irracionales
Homogéneas.	• Comparación entre números racionales e irracionales
<ul style="list-style-type: none"> • Adición y sustracción de fracciones algebraicas heterogéneas. 	• Número real entre dos números reales desiguales
<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación y división. 	• Racionalización
<ul style="list-style-type: none"> • Combinación de operaciones con fracciones algebraicas. 	

• Ecuaciones con coeficientes fraccionarios.	• Problemas con los números irracionales
• Ecuaciones racionales.	• Problemas al racionalizar el denominador
• Sistemas de ecuaciones lineales.	• Álgebra / Álgebra lineal
• Elementos de un sistema de ecuaciones lineales.	• Expansión de poderes de binomios y trinomios
• Solución gráfica de un sistema de ecuaciones.	• Expansión de $(a \pm b)^2$
• Sistemas compatibles e incompatibles.	• Expansión de $(a \pm b \pm c)^2$
• Solución por el método de sustitución.	• Expansión de $(x \pm a)(x \pm b)$
• Solución por el método de igualación.	• Exprese $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ como suma de cuadrados
• Solución por el método de reducción.	• Completar un cuadrado
• Solución por el método del determinante.	• Simplificación de $(a + b)(a - b)$
	• Factorización
	• Introducción a la factorización

-
- Problemas de factorización por agrupación de términos
 - Problemas de factorización de expresiones de la forma $a^2 - b^2$
 - Problemas de factorización usando $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 - Factorización de un trinomio cuadrado perfecto
 - Factorización de expresiones de la forma $x^2 + (a + b)x + ab$
 - Factorización de expresiones de la forma $ax^2 + bx + c$, $a \neq 1$
 - Problemas de factorización de expresiones de la forma $x^2 + (a + b)x + ab$
 - Hoja de trabajo sobre factorización del trinomio $ax^2 + bx + c$
 - Factorización de expresiones de la forma $a^3 + b^3$
 - Factorización de expresiones de la forma $a^3 - b^3$
 - Factorización de expresiones de la forma $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
 - Factorización de expresiones de la forma $a^3 + b^3 + c^3$, $a + b + c = 0$
 - Problemas diversos de la factorización
 - Ecuaciones lineales
 - Ecuación lineal en una variable
 - Solución de una ecuación lineal en una variable
 - Leyes de igualdad
 - Método para resolver una ecuación lineal en una variable
-

- Problemas de aplicación de ecuaciones lineales

- Diferentes tipos de problemas en ecuaciones lineales en una variable

Cambiar el tema de una fórmula

- Establecer una ecuación

- Sujeto de una fórmula

- Cambio de tema de fórmula

- Evaluación del sujeto por sustitución

- Ecuación cuadrática

- Introducción a la ecuación cuadrática

- Formación de ecuaciones cuadráticas en una variable

- Resolver

ecuaciones cuadráticas

- Propiedades generales de la ecuación cuadrática

- Métodos para resolver ecuaciones cuadráticas

- Raíces de una ecuación cuadrática

- Examinar las raíces de una ecuación cuadrática

- Problemas de ecuaciones cuadráticas

- Ecuaciones cuadráticas por factorización

- Problemas verbales con fórmulas cuadráticas

- Ejemplos de

ecuaciones cuadráticas

Para grado noveno la editorial Santillana en el libro puentes de saber noveno, no trata la ecuación cuadrática o de segundo grado, hay conceptos fundamentales relacionados con la ecuación cuadrática, pero según recomendaciones del MEN en los LC y los BDA este tema deberían haber sido abordado en este grado.

Para la serie vamos a aprender de grado noveno libros de texto del MEN si se abarca este tema, pero: se hace desde el concepto de función y solo se solucionan estas ecuaciones de su forma completa por el método de “formula general” e insinúa algo de factorización, pero no muestra nada relacionado a la solución de estos problemas por este método y no nombra ninguna de las otras formas de solucionar estos problemas y tampoco hace alusión a las ecuaciones cuadráticas incompletas y su solución. De alguna manera en este libro se trata el tema de forma muy superficial.

Para Math-Only no es muy diferente ya que, si trata el tema, en medio de ecuaciones cuadráticas completas, no trata de las incompletas, no muestra métodos de solución más allá de la formula general y factorización, no hay nada de solución por medio de completando los cuadrados, método gráfico y si hay un compilado muy grande que por secuencialidad le permitiría abordar todos los tipos de ecuación cuadrática y sus diferentes métodos de solución, se presenta un compilado de temas muy grande e inabarcable para un año escolar y con muy poca profundidad para hacer un aprendizaje significativo.

Resultados en las dimensiones principales del trabajo

Dentro de las dos dimensiones, desde las cuales se realizó la presente monografía se encontraron dos resultados principales que abarcan muchos conceptos.

A nivel de la enseñanza de las matemáticas

Que para la solución de ecuaciones cuadráticas se necesitan de 14 conceptos fundamentales, organizados y distribuidos en todo el contenido curricular de las matemáticas desde los grados iniciales de la primaria hasta grados avanzados del

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

bachillerato y que estos se encuentran organizados en forma secuencial, por ramas del conocimiento matemático.

Pero que no van a estar disponibles en todas las propuestas curriculares de las editoriales, y por lo tanto es preciso que el docente tenga identificada una ruta de aprendizaje con respecto a las necesidades futuras de sus estudiantes, buscando dar respuesta a los retos más generalizados en el aprendizaje de la materia.

A nivel pedagógico

Los conocimientos previos son fundamentales para la construcción de nuevo conocimiento, cuando estos conocimientos son defectuosos o inexistentes es muy difícil iniciar con el proceso de aprendizaje de un concepto nuevo.

Razón por la cual la introspectiva docente con respecto al tema que se va a iniciar, tiene tanta importancia ya que es el maestro en su reflexión es quien crea planes, para el éxito de su práctica y en estos planes abarca los problemas puntuales y específicos de cada grupo, buscando el cumplimiento de metas a corto plazo, que le permita a largo plazo evidenciar mejores resultados, reflejado en un buen manejo de las matemáticas por parte de sus estudiantes.

A nivel pedagógico se deben estructurar metas finales, para cada rama estructurada de las matemáticas y definir metodológicamente en como al final de cada año o ciclo escolar el estudiante habrá adquirido ciertas competencias y conocimientos dentro de un plan más grande, que garantice el desarrollo de los estudiantes como personas y les garantice poder seguir preparándose a nivel profesional, tomando como referencia para la proposición de dichas metas, los exámenes de estado y los exámenes de ingreso a las universidades, articulados bajo los preceptos establecidos por el MEN a través de diferentes mecanismos como los LC y DBA, con el fin de garantizar una meta a nivel educativo y un camino metodológico que lo haga viable y real.

Dentro de los resultados que se pueden aplicar a este trabajo

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- A) Plantear al docente un mecanismo para saber el estado de sus alumnos con respecto al conocimiento que poseen para poder iniciar un nuevo tema.
- B) Plantear a las instituciones de tipo privado, un mecanismo para indagar el nivel de conocimientos de un grupo determinado de estudiantes, para así determinar a qué grado los admiten, o si los admiten.
- C) Suministrar al docente una lista de los conceptos previos, como guía de lo que los estudiantes deben saber, para abordar con éxito el aprendizaje de la ecuación cuadrática.
- D) Un análisis de los referentes curriculares del MEN, que basados en estudios e investigaciones realizan una propuesta, para guiar el proceso de aprendizaje y sus herramientas.
- E) Un primer análisis de los currículos, que se pueden encontrar en la web y que, comparado con lineamientos recomendados por el MEN, pueden llegar a ser escasos, incompletos, redundantes y poco profundos para garantizar un aprendizaje de calidad.
- F) Una dinámica de resolver ejercicios, para determinar los conceptos que se tienen que manejar por parte del estudiante y así garantizar éxito en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- G) Una revisión general desde lo fundamental que pueda llegar a resolver muchos de los inconvenientes de los procesos de enseñanza aprendizaje.
- H) Ofrecer al maestro una alternativa, para el inicio de la enseñanza de un nuevo conocimiento, empezando a estructurarlo desde sus conceptos fundamentales.

Discusión

Lo expuesto en los libros, es insuficiente para garantizar la consecución de logros que se plantean. Del tema se trabajó arduamente, tanto en los libros, como en clase, por parte del docente. Se imparten conceptos sueltos. Se recalcan las representaciones simbólicas (general) y otras son ignoradas. De las expresiones simbólicas que son estudiadas, no se indaga en ellas, ni son relacionadas con las otras expresiones y representaciones. (Gómez, Carulla & profesores del distrito, 1999, p. 19)

Esta es también una de las conclusiones a las que se puede llegar en este trabajo ya que las propuestas de las diferentes editoriales, pueden ser escasas, redundantes y faltas de profundidad y el profesor debe estar en la capacidad de tener variedad en sus referentes bibliográficos y siempre que pueda intentar abordar los conocimientos que se propone ilustrar desde diferentes métodos para así lograr llegar a la mayoría de sus estudiantes y las diversas cualidades que hayan desarrollado estos.

Al abordar la resolución de ecuaciones de segundo grado, se realiza sobre el andamiaje previo de las concepciones de función cuadrática: forma polinómica y forma canónica, representación gráfica, desplazamientos y estiramientos de la gráfica, coordenadas del vértice, existencia de ceros a partir de la gráfica. Con la primera actividad culmina el estudio de la función cuadrática (Ejercicios del 1 al 9) y se inicia el de ecuación cuadrática. (Genicio, Lazarte, Porcinito, & Hernández, 2005 p. 95)

Dentro de lo que puedo decir desde la realización del presente trabajo, uno de los desaciertos que se pueden y se están cometiendo es empezar el abordaje de un nuevo tema desde las suposiciones, ya que muchas veces el maestro inicia el abordaje de un nuevo tema suponiendo que el alumno maneja, conoce y tiene cierta competencia en los temas fundamentales que son estructura para un nuevo conocimiento y el profesor empieza

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

con la contextualización, y en vista que la mayoría de alumnos no tienen consigo si no los conocimientos de rutina, lo más acertado es empezar directamente ver los conceptos estructurantes de este conocimiento o si se dispone de tiempo iniciar con una evaluación diagnostica para ver el estado de conocimientos de los alumnos y así determinar desde donde se debe empezar a abordar la enseñanza.

En el método de enseñanza tradicional, para indicar la relación entre dos variables se utilizan fundamentalmente tablas de valores, expresiones algebraicas y gráficos de sistemas de coordenadas. Durante muchos años se ha enseñado a los estudiantes cómo realizar estas representaciones y los métodos para trabajar dichas representaciones.

Actualmente el impacto de la tecnología en la forma en que se pueden representar y manipular las 34 funciones está con la exigencia a los profesores a pensar en la forma en que se instruyen el tema de funciones. La tecnología hace posible trabajar con funciones de maneras nuevas y examinar nuevas opciones en el currículo y en la práctica estudiantil, de forma manual muchas gráficas son difíciles de crear y manipular, con la utilización de los computadores no sólo son fáciles de hacer, sino también de transformar de diferentes formas, así que el énfasis en la representación gráfica hará las funciones más fáciles de aprender y uso para la mayoría de los estudiantes. (Tax, 2014, p. 33)

En este trabajo del profesor Edgar Tax y en otros vistos relacionan los problemas de aprendizaje a la falta de herramientas tecnológicas, para la creación y manipulación de contenidos y que esto lo que está causando gran dificultad en los procesos de aprendizaje, pero no están nombrando causales como: el manejo deficiente de conceptos previos, los conceptos erróneos sin ajustes que dificultan el proceso de enseñanza aprendizaje, de nada va a servir que los alumnos tengan un software para graficar, si no tienen conceptos de par ordenado, recta, semirrecta, punto, ubicación en el plano cartesiano, si no dejamos de enseñar desde el supuesto, suponiendo que los alumnos ya saben, no se van a lograr

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

cambios en la calidad educativa, hay habilidades conocimientos que al no estar en constante uso se pueden volver confusos poco claros y en base a estos conocimientos no se va a lograr un aprendizaje significativo.

El campo de la resolución de problemas mediante ecuaciones de segundo grado consiste en resolver problemas numéricos y geométricos. En el segundo caso, se calculan áreas, perímetros o se aplica el Teorema de Pitágoras (para calcular el lado de un triángulo rectángulo). Los conocimientos previos que se requieren para el estudio de las ecuaciones de segundo grado son:

- Operaciones con fracciones.
- Raíces exactas.
- Operaciones con polinomios.
- Identidades notables.
- Descomposición en factores.
- Teorema de Pitágoras.

En el Bloque de Álgebra de 3º de ESO se estudian operaciones con polinomios, identidades notables y descomposición en factores, aunque en temas anteriores al de nuestra unidad didáctica. Igualmente, los alumnos deberán comprender estos contenidos para aplicarlos a la hora de resolver ecuaciones cuadráticas. Luego, es necesario que los estudiantes se acuerden el teorema de Pitágoras, para usarlo en la resolución de problemas. El teorema de Pitágoras es visto en el curso anterior, en el Bloque de Geometría de 2º de Educación Secundaria Obligatoria (Posadas & Godino, 2015, p. 81).

El análisis de la señorita Posadas y el señor Godino para mí también se presenta incompleto ya que dentro de la lista que ellos proponen, está en un segundo nivel jerárquico de conocimientos y vuelve a presentarse la suposición que los alumnos ya saben manejan conceptos básicos o estructurantes y no realizan la recomendación de revisar el manejo de estos conceptos previos, si no que se parte del supuesto que estos son claros, sin contar

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

que no se tiene en cuenta la resolución gráfica si no que se limita a la parte aritmética y algebraica, involucrando un poco la geometría en el postulado inicial pero sin ninguna referencia en la lista de los conocimientos previos

Recomendaciones

- A) Antes de implementar cualquier diseño curricular para la enseñanza de la ecuación cuadrática verifique que los alumnos tengan mínimo los 14 conceptos previos, para que sea más fácil y ameno la enseñanza de este tema.
- B) Realice una evaluación diagnóstica, que le indique el punto de partida para la enseñanza de la ecuación cuadrática o cualquier otro tema.
- C) Realice siempre un análisis del tema a enseñar, con la intención de verificar los conceptos que deben estar presentes para su aprendizaje.
- D) Siempre aclarar, corregir y ajustar los conocimientos previos de los estudiantes para así garantizar un buen aprendizaje.
- E) Tener siempre presente que los conocimientos previos son fundamentales para la construcción de conocimiento.
- F) Que, en ocasiones, las matemáticas ofrecen más de un camino para acceder al conocimiento y que no ha todas las personas se les facilita el mismo camino y es bueno tener varias alternativas.
- G) Siempre que el tiempo lo permita revisar varios textos, para así determinar opciones viables para el abordaje de un tema.
- H) Nunca suponga nada con respecto al conocimiento de sus estudiantes, verifique, aclare, corrija y ajuste, ya sea en clase o proponiendo actividades con este fin.

Referencias

Agreda, A., Amador, B., Landazábal, D., Jairo, B., Rivera, J. a., Carlos, H. J. (Agosto de 2010).

REFERENTES BÁSICOS EN LA ESCUELA CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNAD. En UNAD.

Baldor, A. (1983). *Algebra*. Grupo editorial patria.

Bolaños Bolaños, G., & Zaida, M. B. (2007). *Introducción al Currículo*. San José: Editorial Universidad Estatal a Distancia.

Del Rincón, D., & Del Rincón, B. (2000). Revisión y Mejora de los Procesos Educativos. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*(39), 51-73.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=118085>

García Sandoval, Y., Mora Gamboa, M. C., Rivera Piragauta, J. A., & Tibaduiza Rodríguez, O. A. (31 de Julio de 2017). Lineamientos para la presentación de trabajos de grado de los programas de especialización de la ECEDU. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/12693>

Genicio, M. R., Lazarte, G., Porcinito, S., & Hernández, C. (2005). Ecuación Cuadrática: Una Ingeniería Didáctica para su Enseñanza.

<http://funes.uniandes.edu.co/5901/1/GenicioEcuacionAlme2005.pdf>

Gómez, P., Carulla, C., & Capital, P. D. (Octubre de 1999). LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA EN LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES DEL DISTRITO CAPITAL. (U. d. Andes, Ed.)

<http://funes.uniandes.edu.co/344/1/GomezP99-2273.PDF>

Gomez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, F. M., & Pinzón, A. (Diciembre de 2016). Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste.

<https://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/5859/4386>

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Congreso de la Republica de Colombia. (14 de Diciembre de 1994, 8 de Febrero). *Ley General de Educación*. Camara de Comercio.

<https://www.losangelescartagena.edu.co/archivos/doc3.pdf>

López Recacha, J. A. (2009). LA IMPORTANCIA DE LOS CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA EL APRENDIZAJE DE NUEVOS CONTENIDOS. *Revista Electrónica Innovación y Experiencias Educativas*(16), 1-14.

https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/JOSE%20ANTONIO_LOPEZ_1.pdf

Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos. *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*, 77-100.

<http://www.germanmarino.com/phocadownloadpap/LOS%20SABERES%20MATEMATICOS%20PREVIS%20DE%20JVENES%20Y%20ADULTOS.pdf>

Marta . (4 de Junio de 2018). Superprof. Ecuación cuadrática o de segundo grado.

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/ecuaciones/ecuaciones-de-segundo-grado-incompletas.html>

Medina Leguizamón, Y. A., & Barragán Perez, J. M. (2012). Un recorrido histórico de algunos métodos de solución para ecuaciones algebraicas de segundo y tercer grado. [*Tesis de licenciatura*, Universidad Pedagógica Nacional]. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/2167>

Mendoza Gonzáles, O. A. (2009). Currículo y Matemáticas. *10° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (págs. 1-12). <http://funes.uniandes.edu.co/744/1/curriculo.pdf>

Ministerio de Educación. (1998). *Lineamientos Curriculares Matematicas*.

http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Ministerio De Educación Nacional. (2002). *Estándares para la excelencia en la educación*. (M. d. Nacional, Ed.). Creamos Alternativas Ltda.

<http://www.ierdsimonbolivar.edu.co/Templates/estandarescurriculares.pdf>

Ministerio De Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas*.

Panamericana Formas E impresos S.A.

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

Miras, M. (1993). *UN PUNTO DE PARTIDA PARA EL APRENDIZAJE DE NUEVOS CONTENIDOS: LOS CONOCIMIENTOS PREVIOS*. <http://www.terras.edu.ar/biblioteca/3/3Un-punto-de-partida-para-el-aprendizaje.pdf>

Morales Urbina, E. M. (2009). LOS CONOCIMIENTOS PREVIOS Y SU IMPORTANCIA PARA LA COMPRENSIÓN DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 13(52), 211-222.

<http://www.revencyt.ula.ve/storage/repo/ArchivoDocumento/univcyt/v13n52/art04.pdf>

Murcia Londoño, E., & Henao López, J. C. (2015). Educación matemática en Colombia una perspectiva evolucionaria. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 9(18), 23-30.

<http://www.scielo.org.co/pdf/ecei/v9n18/v9n18a04.pdf>

Posadas, P., & Godino, J. (2015). REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA DOCENTE COMO ESTATEGIA FORMATIVA PARA DESARROLLAR EL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO. *"DIDACTICAE" Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, 77-96.

<file:///C:/Users/user/Desktop/18092-38494-2-PB.pdf>

Profesor en línea. (2015). Valorización de expresiones algebraicas

<https://www.profesorenlinea.cl/matematica/algebra2ValorizarExpres.htm>

REVISIÓN DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Rico, L. (1997). Reflexión sobre los fines de la educación Matemática. *Suma*, 24, 5-19.

<http://funes.uniandes.edu.co/479/1/RicoL97-49.PDF>

Sánchez, D., Sabogal, Y., Buitrago, L., Fuentes, A., Patiño, J., Castaño, O., . . . Ramírez, M. (2016).

Matemáticas 9.2 Proyecto Educativo SIGLO XX UNO. Santillana S.A.S.

Semana. (2019). Colombia, el país de la Oede con los resultados más bajos en las pruebas Pisa 2018.

Semana, 2-2. <https://www.semana.com/educacion/articulo/como-le-fue-a-colombia-en-las-ultimas-pruebas-pisa/642984>

Soto Apolinar, E. (12 de Abril de 2011). Diccionario Ilustrado de Conceptos Matemáticos.

<http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/files/2012/10/DICM.pdf>

Stewart, J., Redlin, L. R., & Watson, S. (2012). *PRECÁLCULO MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO*.

México: Cengage Learning editores, S.A.

Tax, E. (2014). *METODO HOLÍSTICO DE ECUACIONES CUADRÁTICAS*. UNIVERSIDAD RAFAEL

LANDÍVAR, QUETZAL TENANGO.

<http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2014/05/86/Tax-Edgar.pdf>

Vargas Mejía, J. A. (2013). UN VIAJE POR LA HISTORIA DE ALGUNAS ECUACIONES ALGEBRAICAS Y SU

ENSEÑANZA EN LA ESCUELA [Tesis *maestría* Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21021/98556475.2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Zita, A. (30 de Noviembre de 2018). Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado. Toda Materia.com:

<https://www.todamateria.com/ecuaciones-cuadraticas-de-segundo-grado/>

Apéndice

Apéndice 1

Tabla 13

Apéndice de coincidencia de contenidos editorial.

Topic	1st grade	2nd grade	3rd grade	4th grade	5th grade	6th grade	7th grade	8th grade	9th grade
Place Value	x	X	x	xx	x	x	x		
Numbers – numeration	xxx	Xx	xxx	xxx	x	Xxx	Xx	x	
Addition	xxx	Xx	xx	xx	xx	xx	x	x	
Subtraction	xxx	Xx	xx	xx	xx	xx	x	x	
Skip Counting	xxx	Xxx				xx	x		
Fractional Numbers		X	x	xxx	x	Xxx	Xxx	xxx	
Geometry	xxx	Xxx	xx	xx	xx	xx	xxx	xxx	xxx
International and Roman Numerals:			x	x	x				
Comparison of Numbers:			x	x					
Geometrical shapes and figures:		X	xxx	x		x	x	x	x

azu
I MEN
neg santill
ro ana
ver bilingü
de e

Measurement of Length:	x	xx	xx	xx	x	Xxx	X	
Measurement of Mass:		x	xx	xx	x	xxx	X	x
Measurement of Capacity:		x	x	xx	xx	Xxx	X	x
Introduction of Money		x	x	xx				
Data Handling:			x	x				xx
Mental Arithmetic and Patterns:			x			x		
Test of Divisibility		xx	xx	xx	xxx	x		x
<u>Multiplication</u>		xx	xxx	xx	xx	x		x
Interesting Facts on Pattern and Mental Math				xx				
Factors and Multiples				x	x			
Decimals numbers				xx	xxx	Xxx	Xxx	
Metric System			xx	x			x	
Time and Work				xx		x	x	
<u>Integers Number</u>					x	X	Xxx	x
<u>Rounding Numbers.</u>					x			
<u>Percentage.</u>					xx			xxx

<u>Profit and Loss.</u>				x	X	x		
Interest				x			x	
<u>Temperature.</u>				x				
Average				x				
<u>Speed Distance and Time.</u>				x			x	
Bills				x				
<u>Unitary Method.</u>				x				
<u>Angle.</u>			xx	xxx	xx		x	
Triangle			xx	xx	xx			x
• <u>Quadrilaterals.</u>			xx	X x	xx		xx	x
<u>Polygons</u>						x		x
Circle			xx	X		x	x	x
AREA	x	x	xx	X	x		xxx	xx
<u>Representation of Tabular Data</u>			x	xxx		x	xx	
VOLUME			x	X		x	xxx	
Pictographs				X x				
<u>Estimate</u>					X	X		
<u>Number Line</u>			x		X	x	xx	x
<u>Sets</u>						x	x	
Ratios and Proportions				xx	X	xx	xxx	
<u>Literal Numbers</u>					X	x		
<u>Constants and Variables</u>					X	x		
<u>Terms</u>					X	x		
<u>Coefficient</u>					X	x		
<u>Terms of an Algebraic Expression</u>					X	x	x	
Spaces	x	x	x					

financial mathematics				X	X	X
Natural numbers	X	X	X	X		
Coordinates of position		X			XXX	
perimeters and areas of figures		X			X	
Descomposition into factors		X			X	
Least common multiple		X	X			
Greatest common divisor		X	X			
Rational Numbers			XX	XX	XXX	
Proportionality		X	XX	X	X	
Probability	X		X	XX	XXX	XXX
prisms and cilinders				X		XX
First degree equations					XX	X
Inequalities				XX		XX
Functions				X	X	X
Empowerment		X			XX	X
movemensts in the plane				X	XX	
Algebraic and common language				XX	XX	
addind and subtracting algebraic expressions				X	XXX	X
algebraic expressions multiplication and división				X	XXX	X
Factorization					XXX	X
Statistics			X	X	XX	XXX
irrational numbers					X	XXX
remarkable products					X	X
Real Numbers					X	XX
Complex Numbers					X	X
linear equations				XX	XX	XXX
Real and complex numbers						X

Function and Quadratic Equation	xx	xxx
Special functions	x	xx
series and successions		xx
Trigonometric Ratios		xxx

Nota Tabla 13 Tabulación de contenidos generales en matemáticas de Santillana, Textos MEN y sitio web Math-Only